7

Matemática y Datos

Libro de texto

GOBIERNO DE
EL SALVADOR



Matemática y Datos

Libro de texto

Karla Edith Trigueros
Capitán y Doctora
Ministra de Educación, Ciencia y Tecnología

Edgar Eliseo Alvarenga
Viceministro de Educación y de Ciencia y Tecnología, *ad honorem*

Edgard Ernesto Ábrego Cruz
Director General de Educación

Wilfredo Alexander Granados Paz
Director de Currículo y Materiales Educativos

Gilberto Alexander Motto García
Director de Educación Secundaria

Félix Abraham Guevara Menjívar
Jefe del Departamento de Matemática

Equipo Técnico Autoral del Ministerio de Educación
Ana Ester Argueta Aranda
César Omar Gómez Juárez
Diana Marcela Herrera Polanco
Erick Amílcar Muñoz Deras
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández

Diseño y revisión de diagramación
Neil Yazdi Pérez Guandique
Francisco René Burgos Álvarez
Michael Steve Pérez Guandique
Judith Samanta Romero de Ciudad Real

Corrección de estilo
Mónica Marlene Martínez Contreras
Marlene Elizabeth Rodas Rosales

Jefe de Departamento de Materiales Educativos
Julio Adolfo Castellanos

Revisión a nivel nacional por especialistas formados dentro del Plan Nacional de Formación Docente en Servicio.
Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Primera edición © 2018.
Segunda edición © 2019.
Sexta reimpresión.

Derechos reservados. Prohibida su venta y su reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del MINEDUCYT.

372.704 5
M425 Matemática 7 : libro de texto / equipo autoral Ana Ester Argueta, Erick Amílcar Muñoz, Reina Maritza Pleitez, Diana Marcela Herrera, César Omar Gómez, Francisco Antonio Mejía, Norma Elizabeth Lemus, Salvador Enrique Rodríguez, Félix Abraham Guevara ; diagramación Neil Yazdi Pérez, Francisco René Burgos, Michael Steve Pérez, Judith Samanta Romero ; corrección de estilo Mónica Marlene Martínez, Marlene Elizabeth Rodas. -- 2ª ed. -- San Salvador, El Salv. : MINED, 2018.
188 p. : il. ; 28 cm. -- (Esmate)
ISBN 978-99961-70-60-7 (impreso)
1. Matemáticas-Libros de texto. 2. Matemáticas-Enseñanza. I. Argueta Aranda, Ana Ester, 1991-, coaut. II. Título.
BINA/jmh

GOBIERNO DE
EL SALVADOR



Matemática y Datos

Libro de texto

Estimado estudiante:

Inicias un nuevo año escolar, una oportunidad para consolidar lo aprendido y alcanzar nuevas metas.

Este libro ha sido preparado para acompañarte en ese camino y refleja nuestro compromiso de transformar el sistema educativo mediante la reforma educativa Mi Nueva Escuela, para que recibas aprendizajes de calidad en escuelas dignas y seguras.

En sus páginas encontrarás la oportunidad de aprender sobre el álgebra y las funciones reales, el estudio de la geometría euclidiana y analítica, así como el análisis y la interpretación de datos utilizando diferentes tipos de variables. Cada apartado ha sido diseñado para ayudarte a descubrir nuevos conocimientos, aplicarlos en situaciones reales y desarrollar competencias que te preparen para enfrentar con éxito los retos de la vida escolar y personal.

Estos materiales no solo te ofrecen contenidos, también te invitan a reflexionar, a participar activamente y a crecer como estudiante y como salvadoreño comprometido con el futuro. También recuerda que la disciplina, el orden, la cortesía y el respeto hacia tus compañeros y docentes son pilares para que tengas una formación integral.

El camino del aprendizaje está lleno de alegrías, desafíos y satisfacciones. Te animo a recorrerlo con entusiasmo, constancia y compromiso, por ti, por tu familia y por el nuevo El Salvador que estamos construyendo, paso a paso.

Confío en que tu dedicación dará resultados cada día, acercándote más a tus sueños.

Karla Edith Trigueros
Capitán y Doctora
Ministra de Educación, Ciencia y Tecnología

Presentación del libro

Segunda edición

En la presente edición se han incorporado las sugerencias y observaciones brindadas por los docentes de tercer ciclo del sistema educativo nacional.

Íconos

La letra P representa el Problema inicial. En el primer momento de cada clase, el estudiante debe pensar una solución a partir de una situación problemática la cual permite introducir el contenido que se va a desarrollar.

La letra S simboliza la Solución. En este segundo momento, el texto propone una o varias formas de resolver el problema planteado.

Con la C de Conclusión se llega a la explicación del contenido. Aquí se relacionan los momentos P y S para explicar con lenguaje matemático la finalidad del contenido.

La letra E representa un ejemplo. A veces es necesario presentar un problema adicional, que permita consolidar el contenido de la clase.

El lápiz representa la sección de problemas y ejercicios.

Información complementaria

En el libro se utilizan algunos elementos que facilitan el aprendizaje de los contenidos, como presaberes, pistas, información adicional como historia de la matemática, esto se representa con diferentes colores:

Presaberes

Pista

Información adicional

En la información adicional donde aparezca la imagen del Dr. Alberto Sánchez, es porque se presenta historia de la matemática como un recurso de aprendizaje.



Alberto Sánchez (1864-1896)

El Dr. Alberto Sánchez, un matemático salvadoreño del siglo XIX, describió una curva que él llamó la cornoide, este fue uno de sus trabajos más relevantes como matemático.
Esta curva aparece en la contraportada de este libro.

Distribución de las clases

El libro está compuesto por 8 unidades didácticas, cada una formada por diferentes lecciones y cada lección está compuesta por distintas clases. En la numeración del título de cada clase, el primer número indica la lección y el segundo indica la clase. Por ejemplo, el título de la clase 3 de la lección 2 de la unidad 1 de este libro se representa de la siguiente manera:

Indica el número de lección

2.3 Orden de los números negativos y su valor absoluto

Indica el número de clase

El número de la unidad aparece en una etiqueta morada en la parte lateral de las páginas impares.

Índice

Unidad 1
Números positivos, negativos y el cero 1

Unidad 2
Suma y resta de números
positivos, negativos y el cero 11

Unidad 3
Multiplicación y división de números
positivos, negativos y el cero 25

Unidad 4
Comunicación con símbolos 53

Unidad 5
Ecuaciones de primer grado 87

Unidad 6
Proporcionalidad directa e inversa 113

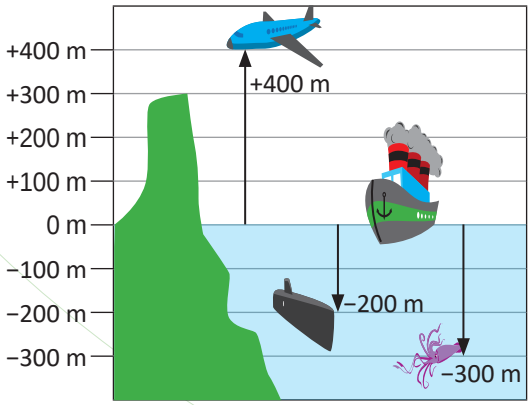
Unidad 7
Gráfica de faja y circular 139

Unidad 8
Figuras planas y construcción
de cuerpos geométricos 151

Unidad 1

Números positivos, negativos y el cero

En la antigüedad una de las principales actividades económicas fue el comercio, el cual conllevó la necesidad de la creación y sustentación de un sistema numérico que ayudara a contar. Fue en este contexto histórico que surgió la necesidad de saber cómo interpretar en dicho sistema numérico, la situación de tener un "crédito" o una "deuda", por ello en el siglo VII el matemático hindú Brahmagupta introduce las propiedades y reglas de los números negativos, este concepto fue aceptado por los matemáticos hasta finales del siglo XVIII, cuando Leonhard Euler brindó algunas fundamentaciones teóricas sobre este sistema numérico.



Aplicación de los números negativos para la representación de alturas.

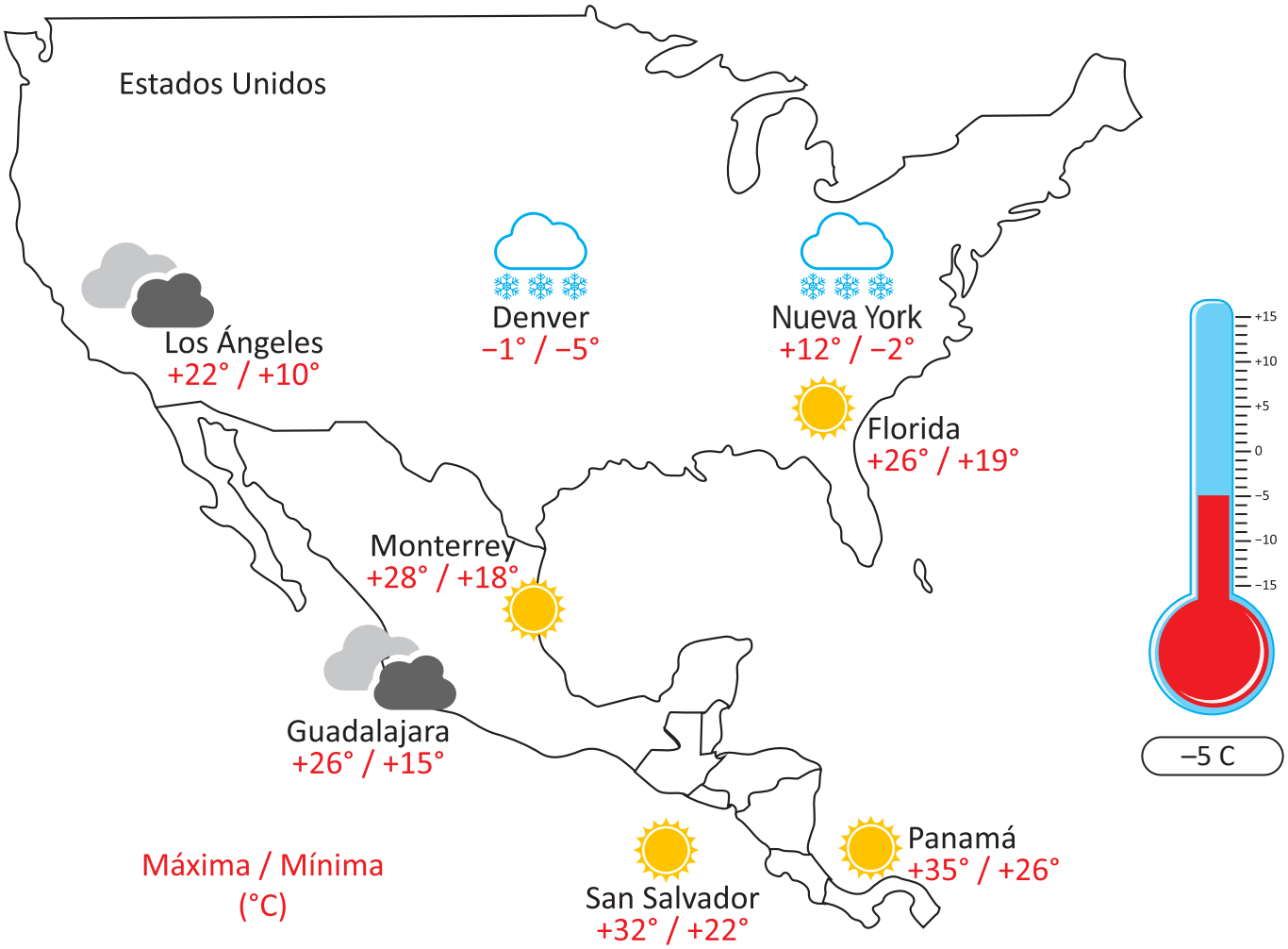
A partir de su común aceptación y fundamentación matemática como números menores que la nada y superiores a algo infinito negativo, se han utilizado estos números en áreas científicas para medición de temperaturas, movimientos en sentidos contrarios, alturas de montañas o profundidades de océanos, valores de carga eléctrica, resolución de ecuaciones que modelan situaciones de la vida cotidiana, deudas (como se originó el concepto), entre otras.

En esta unidad aprenderás sobre el concepto y la definición de los números negativos, positivos y el cero, además de su representación geométrica en la recta numérica y el concepto de valor absoluto.

1.1 Números positivos, negativos y el cero para la temperatura

La imagen muestra el pronóstico del tiempo de algunas ciudades de Centroamérica y Norteamérica. Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál será la temperatura máxima y mínima en San Salvador?
2. ¿Cuál será la temperatura máxima y mínima en Nueva York?
3. ¿En qué ciudad se registrará la temperatura más baja?



1. La temperatura máxima en San Salvador será de +32° C y se lee, más 32 grados centígrados. Y su mínima será de +22° C y se lee, más 22 grados centígrados.

2. La temperatura máxima en Nueva York será de +12° C y se lee, más 12 grados centígrados. La temperatura mínima en Nueva York será –2° C y se lee, menos 2 grados centígrados.

3. La temperatura más baja se registrará en Denver, donde la temperatura mínima será de –5° C (menos 5 grados centígrados).

El cerro El Pital se encuentra a 83 km de la capital de San Salvador, el cual es uno de los lugares más fríos en El Salvador, donde se han registrado temperaturas menores a los +1.2° C.



Para medir la temperatura se toma 0° C como el punto de referencia. Temperaturas por arriba de 0° C se representan con un signo (+) antes del número, por ejemplo +12° y se lee "más doce grados centígrados". Temperaturas debajo de 0° C se representan con un signo (–) antes del número, por ejemplo –5° C y se lee "menos 5 grados centígrados".

A los números que les antecede un signo (+) como +12 se les llama **números positivos** y a los números que les antecede un signo (–) como –12 se les llama **números negativos**. El número 0 no es positivo ni es negativo.

Ahora que ya se conocen números negativos como –5, al decir **números** se incluye **números positivos**, **0** y **números negativos.** Los números positivos se pueden expresar con o sin el signo (+), por ejemplo +5 es equivalente a escribir 5, e igualmente escribir 6 es equivalente a escribir +6. Vale aclarar que para escribir un número negativo nunca se debe omitir la escritura del signo (–). Por tanto, los números +1, +2, +3, +4, +5, ... son los mismos **números naturales** que se conocen. Algunos autores consideran al número 0 como el primer número natural, pero en este texto se considerará al 1 como el primero. También los números decimales y las fracciones pueden ser negativas.

Números

Números negativos		***Números positivos***
$-\frac{4}{9}$ $\quad -3.6$ ..., –3, –2, –1	0	$+\frac{4}{9}$ $\quad +3.6$ *Números Naturales* +1, +2, +3, ... $+\frac{3}{5}$ $\quad +1.5$

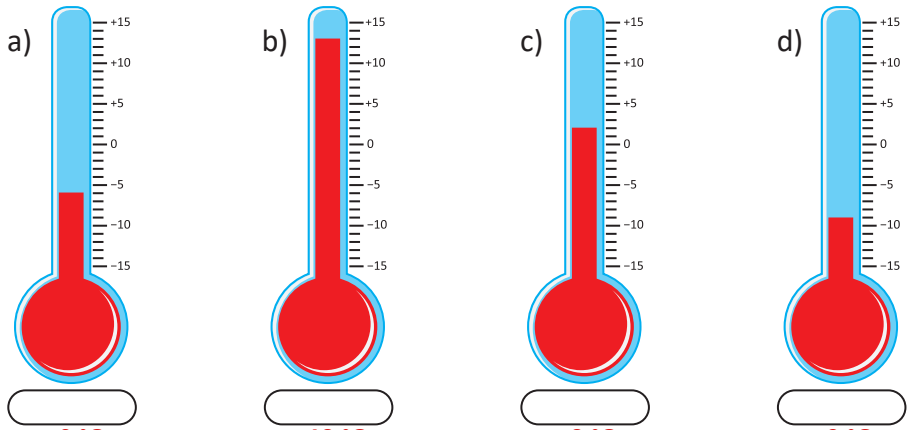
1. Expresa las siguientes temperaturas con el signo positivo o negativo según corresponda.

a) 12° C por encima de los 0° C +12° b) 5° C por debajo de los 0° C –5° c) 28.5° C por encima de los 0° C

d) 3° C por debajo de los 0° C –3° e) 9° C por debajo de los 0° C –9° f) 27.7° C por encima de los 0° C

c) +28.5 °C f) +27.7 °C

2. Escribe la temperatura que marca cada termómetro.



–6 °C +13 °C +2 °C –9 °C

En un termómetro se toma 0° C como el punto de referencia. Valores más altos que 0° C se expresan como +☐° C; valores más bajos como –☐° C.

3. Coloca en el grupo correspondiente los siguientes números positivos y negativos.

+6, –5, $+\frac{2}{11}$, –1.5, $-\frac{5}{9}$, +7, +8, –6, –8, –0.3

Números

Números negativos		*Números positivos*
–5, –1.5, –5/9, –6, –8, –0.3	0	*Naturales* 6, 7, 8 +6, +2/11, +7, +8

Criterio que se aplica en toda la clase: se toma 0 °C como punto de referencia. Una temperatura por encima de 0 °C se escribe con signo (+) y una por debajo de 0 °C se escribe con signo (−). El signo negativo nunca se omite.

Ejercicio 1. Expresa las siguientes temperaturas con el signo positivo o negativo según corresponda.

Procedimiento: se identifica si la temperatura está por encima de 0 °C (signo +) o por debajo de 0 °C (signo −) y se conserva el valor numérico dado.

- a) 12 °C por encima de los 0 °C → **+12 °C** («más 12 grados centígrados»)
- b) 5 °C por debajo de los 0 °C → **−5 °C** («menos 5 grados centígrados»)
- c) 28.5 °C por encima de los 0 °C → **+28.5 °C**
- d) 3 °C por debajo de los 0 °C → **−3 °C**
- e) 9 °C por debajo de los 0 °C → **−9 °C**
- f) 27.7 °C por encima de los 0 °C → **+27.7 °C**

Comprobación: en los literales a), c) y f) la expresión «por encima» exige signo positivo; en b), d) y e) la expresión «por debajo» exige signo negativo. Los valores numéricos no cambian.

Ejercicio 2. Escribe la temperatura que marca cada termómetro.

Procedimiento: en cada termómetro la escala va de −15 °C a +15 °C y cada marca equivale a 1 °C. Se localiza el extremo superior de la columna roja y se cuenta su posición respecto a 0 °C: si está sobre 0 °C el valor es positivo; si está bajo 0 °C, negativo.

- a) La columna llega 1 marca por debajo de −5 °C: −5 − 1 = **−6 °C**
- b) La columna llega 2 marcas por debajo de +15 °C: 15 − 2 = **+13 °C**
- c) La columna llega 2 marcas por encima de 0 °C: 0 + 2 = **+2 °C**
- d) La columna llega 1 marca por encima de −10 °C: −10 + 1 = **−9 °C**

Respuestas: **a) −6 °C; b) +13 °C; c) +2 °C; d) −9 °C.**

Ejercicio 3. Coloca en el grupo correspondiente los siguientes números positivos y negativos.

Números dados: +6, −5, +2/11, −1.5, −5/9, +7, +8, −6, −8, −0.3

Procedimiento: se clasifica cada número por su signo. Dentro de los positivos, son **números naturales** únicamente los enteros +1, +2, +3, …; una fracción positiva como +2/11 es positiva, pero no natural.

- **Números negativos:** −5, −1.5, −5/9, −6, −8, −0.3
- **Números positivos:** +6, +2/11, +7, +8
- **Números naturales** (subgrupo de los positivos): +6, +7, +8
- El **0** no recibe ningún número de la lista: no es positivo ni negativo.

Comprobación: 6 negativos + 4 positivos = 10 números, que son todos los de la lista; ninguno queda sin clasificar y ninguno se repite.

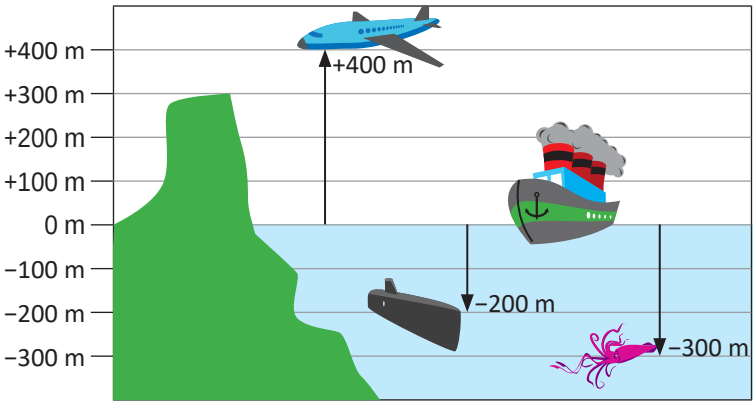
Representación visual — Ejercicio 3: clasificación de los números

Números negativos	0	Números positivos
−5, −1.5, −5/9, −6, −8, −0.3		+6, +2/11, +7, +8 Naturales: 6, 7, 8

1.2 Ubicación respecto a un punto de referencia

P

En la imagen, se muestran las alturas y profundidades de distintos objetos con respecto al nivel del mar.
Por ejemplo, la altura de la avioneta es de 400 m sobre el nivel del mar y se escribe como +400 m. El submarino se encuentra a 200 m bajo el nivel del mar y se escribe como –200 m.



1. Con referencia al nivel del mar, cómo se representa la altura de
   a) El cerro
   b) El calamar

2. Si un buzo se encuentra 30 m bajo el nivel del mar, ¿cómo se expresa esa altura?

Las cantidades positivas se interpretan como "sobre el nivel del mar" y las negativas "bajo el nivel del mar". Así: +300 m se interpreta como 300 m sobre el nivel del mar y –300 m se interpreta como 300 m bajo el nivel del mar.

S

1. Con referencia al nivel del mar, se tiene que
   a) La altura del cerro es de +300 m y se lee **más 300 metros**.
   b) La altura del calamar es –300 m y se lee **menos 300 metros**.
2. Si un buzo se encuentra 30 metros por debajo del nivel del mar, se expresa como −30 m.

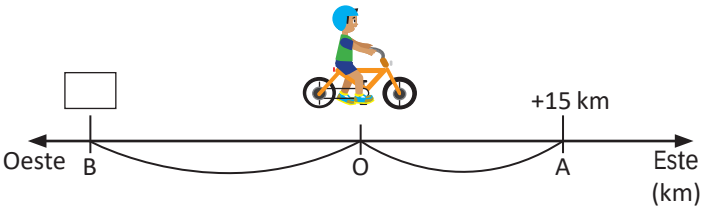
C

Cuando se define un punto de referencia y hay objetos cuya posición varía respecto a ese punto; se puede asignar un número positivo (+) o un número negativo (–) a sus posiciones.

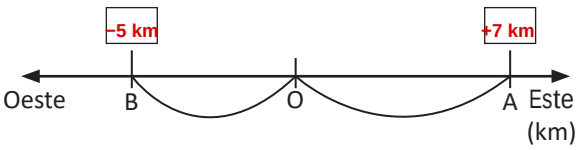
E

Mario se encuentra ubicado en el punto O de una carretera. Si se expresa con +15 km la posición del punto A que se ubica 15 km hacia el este del punto O, ¿cómo se expresa la posición del punto B que queda 22 km hacia el oeste del punto O?

Solución.
Como el punto B está en dirección contraria del punto A en referencia al punto O, la respuesta es: −22 km.



Si en una carretera se establece que el punto de referencia es O, y la dirección hacia el oeste es negativa (–), la dirección hacia el este es positiva (+).



a) ¿Cómo se expresa la posición del punto A que está a 7 km al este de O?
b) ¿Cómo se expresa la posición del punto B que está a 5 km al oeste?
c) Si otro punto C se encuentra a –8 km, ¿en qué dirección está ubicado C respecto de O y a qué distancia?

c) C está ubicado al oeste de O, a 8 km de distancia.

Criterio: fijado el punto de referencia O, la dirección este se toma positiva (+) y la dirección oeste, contraria, negativa (−), tal como establece el libro en esta clase.

Actividad (sin numeración en el libro). Si en una carretera se establece que el punto de referencia es O, y la dirección hacia el oeste es negativa (−), la dirección hacia el este es positiva (+).

- **a) ¿Cómo se expresa la posición del punto A que está a 7 km al este de O?**

El este es la dirección positiva y la distancia es 7 km.

Respuesta: +7 km.

- **b) ¿Cómo se expresa la posición del punto B que está a 5 km al oeste?**

El oeste es la dirección negativa (contraria al este) y la distancia es 5 km.

Respuesta: −5 km.

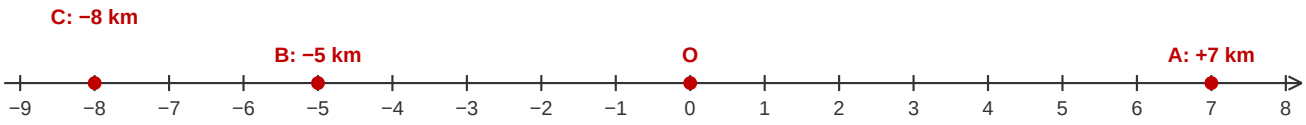
- **c) Si otro punto C se encuentra a −8 km, ¿en qué dirección está ubicado C respecto de O y a qué distancia?**

El signo negativo indica la dirección oeste, y el valor 8 indica la distancia al punto de referencia.

Respuesta: C está al oeste de O, a 8 km de distancia.

Comprobación: el procedimiento es el mismo del ejemplo (E) de la misma página, donde el punto B, a 22 km al oeste, se expresa −22 km.

Representación visual — posiciones respecto al punto de referencia O



1.3 Diferencia de una cantidad respecto a otra cantidad de referencia

P

El centro turístico Los Chorros tiene como meta recibir 200 personas por día. La siguiente tabla muestra el número de asistencias al centro turístico durante una semana. Tomando como positivo cuando el número de asistentes sobrepasa la meta. Completa los datos faltantes en la tabla.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Asistencia	191	193	204	180	225	200
Diferencia con la meta		−7			+25	

S

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Asistencia	191	193	204	180	225	200
Diferencia con la meta	−9	−7	+4	−20	+25	0

C

Para representar la diferencia de cantidades mayores o menores respecto a una cantidad de referencia, se utilizan números positivos o negativos.

Por ejemplo: 10 más que la cantidad de referencia, se expresa **+10**
3 menos que la cantidad de referencia, se expresa **−3**

E

Expresa con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia:

a) 2 lb más del "peso ideal"

b) 6 cm menos de la "medida solicitada" a la costurera

c) 15 personas más " de las esperadas"

d) $5 menos de la "cantidad que se tenía**"**

Solución.

a) +2 b) −6 c) +15 d) −5

En ocasiones se utilizan números negativos para representar situaciones como la disminución, pérdida o deuda.

1. Expresa con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia:

a) 4 lb menos del "peso ideal" **= −4**

b) 2 kg más del "peso permitido" **= +2**

c) 10 cm menos de la "altura permitida" **= −10**

d) 5 km/h menos de la "velocidad establecida" **= −5**

2. Una empresa que fabrica focos, tiene como meta producir 500 focos cada día. Tomando como positivo el dato que sobrepasa la meta, completa la siguiente tabla.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Producción	525	450	498	530	300
Diferencia con la meta	**+25**	**−50**	**−2**	**+30**	**−200**

¿Sabes cómo llamaban antes a los números negativos?
Números ficticios, absurdos, o números deudos.

Criterio: la diferencia se calcula como *cantidad obtenida − cantidad de referencia*. Si la cantidad sobrepasa la referencia, la diferencia es positiva; si queda por debajo, es negativa; si es igual, la diferencia es 0.

Ejercicio 1. Expresa con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia.

Procedimiento: «más» respecto a la referencia se expresa con signo (+) y «menos» con signo (−), conservando el valor y la unidad indicada en el enunciado.

- a) 4 lb menos del «peso ideal» → **−4**
- b) 2 kg más del «peso permitido» → **+2**
- c) 10 cm menos de la «altura permitida» → **−10**
- d) 5 km/h menos de la «velocidad establecida» → **−5**

Ejercicio 2. Una empresa que fabrica focos tiene como meta producir 500 focos cada día. Tomando como positivo el dato que sobrepasa la meta, completa la siguiente tabla.

Procedimiento: se compara la producción de cada día con la meta de 500 focos. Si la producción supera la meta, la diferencia es el excedente, con signo (+). Si queda por debajo, se calcula cuánto falta (meta − producción) y ese faltante se expresa con signo (−), como enseña la clase.

- Lunes: supera la meta en 525 − 500 = 25 → **+25**
- Martes: faltan 500 − 450 = 50 → **−50**
- Miércoles: faltan 500 − 498 = 2 → **−2**
- Jueves: supera la meta en 530 − 500 = 30 → **+30**
- Viernes: faltan 500 − 300 = 200 → **−200**

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Producción	525	450	498	530	300
Diferencia con la meta	**+25**	**−50**	**−2**	**+30**	**−200**

Comprobación: meta menos faltante = producción (500 − 200 = 300, viernes ; 500 − 50 = 450, martes ; 500 − 2 = 498, miércoles) y meta más excedente = producción (500 + 25 = 525, lunes ; 500 + 30 = 530, jueves). El método coincide con el problema inicial de la clase (meta de 200 personas en Los Chorros).

1.4 Recta numérica

P

Observa la siguiente recta numérica:



1. ¿Qué características tiene?
2. ¿Qué números corresponden a los puntos A, B, C y D?

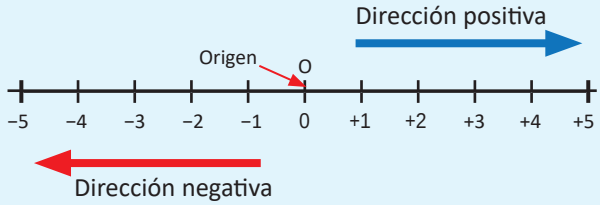
S

1. Características:
   - El punto de referencia se corresponde con el número “0”.
   - Las marcas están a la misma distancia tanto a la derecha como a la izquierda del punto “O”.
   - Los números positivos están a la derecha del punto “O” y los números negativos están a la izquierda del punto “O”.

2. A ⟶ +4, B ⟶ +0.5 o $+\frac{1}{2}$, C ⟶ −1.5 o $-\frac{3}{2}$ y D ⟶ −3.5 o $-\frac{7}{2}$

C

- En la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda de cero y los positivos a la derecha de cero.
- El punto que corresponde a cero se llama punto de origen y se representa con la letra O.
- La dirección hacia la derecha se llama dirección positiva.
- La dirección hacia la izquierda se llama dirección negativa.

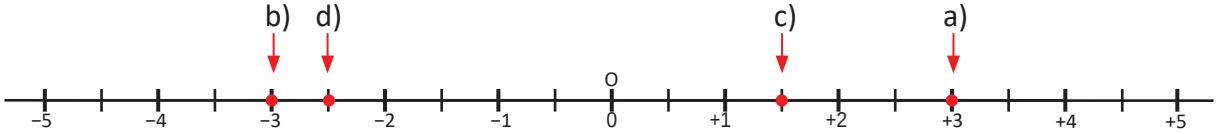


E

Ubica los siguientes números en la recta numérica.

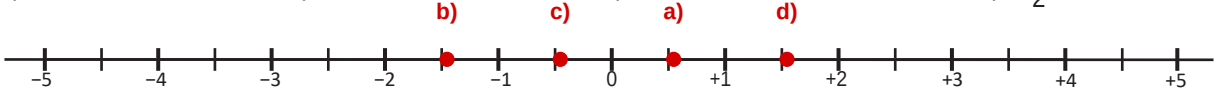
a) +3 b) −3 c) +1.5 d) −2.5

Solución.

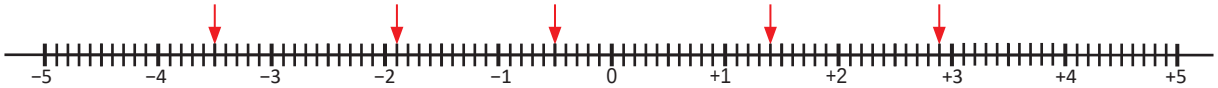


1. Ubica los siguientes números en la recta numérica y señala el lugar que le corresponde.

a) +0.5 b) −1.5 c) −0.5 d) $+\frac{3}{2}$



2. Identifica y escribe los números señalados por cada flecha.



−3.5 **−1.9** **−0.5** **+1.4** **+2.9**

Criterio: en la recta numérica el origen O corresponde a 0; los positivos se ubican a la derecha y los negativos a la izquierda, con marcas a igual distancia. Un número decimal como 1.5 se ubica en el punto medio entre 1 y 2, y 3/2 equivale a 1.5.

Ejercicio 1. Ubica los siguientes números en la recta numérica y señala el lugar que le corresponde.

- a) **+0.5**: punto medio entre 0 y +1, a la derecha del origen.
- b) **−1.5**: punto medio entre −2 y −1, a la izquierda del origen.
- c) **−0.5**: punto medio entre −1 y 0, a la izquierda del origen.
- d) **+3/2**: como 3/2 = 1.5, es el punto medio entre +1 y +2, a la derecha del origen.

Descripción de la recta resuelta (de izquierda a derecha): **−1.5 (b), −0.5 (c), 0, +0.5 (a), +1.5 (d)**.

Comprobación: el orden sobre la recta debe ser creciente de izquierda a derecha: −1.5 < −0.5 < +0.5 < +1.5, y así quedan ubicados.

Representación visual — Ejercicio 1: ubicación en la recta numérica



Ejercicio 2. Identifica y escribe los números señalados por cada flecha.

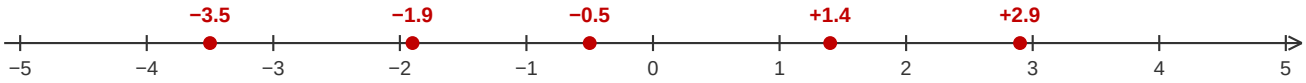
Procedimiento: en esta recta cada unidad está dividida en 10 partes iguales, por lo que cada división menor equivale a 0.1. Se cuenta el número de divisiones desde el entero más cercano a cada flecha.

De izquierda a derecha, las cinco flechas señalan:

1. **−3.5** — punto medio entre −4 y −3 (5 divisiones a la derecha de −4).
2. **−1.9** — 1 división a la derecha de −2.
3. **−0.5** — punto medio entre −1 y 0 (5 divisiones a la izquierda de 0).
4. **+1.4** — 4 divisiones a la derecha de +1.
5. **+2.9** — 1 división a la izquierda de +3.

Respuestas, de izquierda a derecha: **−3.5, −1.9, −0.5, +1.4, +2.9.**

Representación visual — Ejercicio 2: números señalados por las flechas



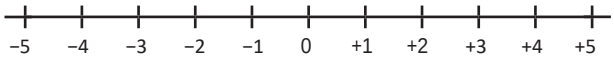
Nota editorial: lectura gráfica verificada por conteo de divisiones sobre la figura; se recomienda su contraste con el original impreso antes de la publicación.

2.1 Comparación de números positivos y negativos

P

Responde las siguientes preguntas:

a) En la recta numérica, ¿cuál de los números está más a la derecha +2 o +4?
b) ¿Cuál de ellos es mayor?
c) ¿Cuál de los números −3 o −5 está más a la derecha en la recta numérica?



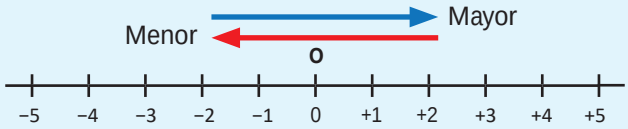
S

a) El número +4 está más a la derecha que +2.
b) El mayor de ellos es +4.
c) −3 está ubicado más a la derecha que −5 en la recta numérica.

Los símbolos > (mayor que) y < (menor que) son utilizados para expresar una relación de orden entre dos números, y se les llama **signos de desigualdad**.

C

Conforme se avanza a la derecha en la recta, los números son mayores y conforme se avanza hacia la izquierda los números son menores.



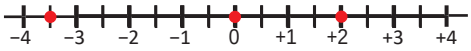
Según lo anterior, −3 se encuentra más a la derecha que −5 en la recta, por tanto la relación de orden entre −3 y −5 se expresa: $-5 < -3$ o $-3 > -5$.

E

Expresa la relación de orden entre los números 0, −3.5, +2.

Solución.
En la recta numérica 0 está a la derecha de −3.5 y +2 está a la derecha de 0.

- Por lo tanto, $-3.5 < 0$ y $0 < +2$.
- Esto puede expresarse como $-3.5 < 0 < +2$ o bien $+2 > 0 > -3.5$.



Los números positivos son mayores que 0.
Los números negativos son menores que 0.

1. Compara los siguientes números con los signos > y <, apóyate en la recta numérica.
   a) −2, −3 **−2 > −3** b) +4, 0 **+4 > 0** c) +1, −2 **+1 > −2** d) 0, +1, −2 **−2 < 0 < +1**

2. La relación de orden $-3 < +4 < -2$ está incorrecta. Escríbela correctamente.
   Correcta: −3 < −2 < +4

3. Completa la oración escribiendo la palabra "mayor" o "menor", según corresponda.
   a) Cualquier número positivo es **mayor** que cualquier número negativo.
   b) El cero es **mayor** que cualquier número negativo y **menor** que cualquier número positivo.

4. En cada literal, ¿qué número es el mayor?
   a) −0.1, −0.01 **−0.01** b) $-\frac{1}{7}, -\frac{1}{5}$ **−1/7** c) $-\frac{1}{2}, -0.5$ **−1/2 = −0.5: son iguales**

Criterio: en la recta numérica, el número que está más a la derecha es el mayor. Todo número positivo es mayor que 0 y que cualquier negativo; todo número negativo es menor que 0.

Ejercicio 1. Compara los siguientes números con los signos > y <, apóyate en la recta numérica.

- a) −2, −3: −2 está a la derecha de −3 → **−2 > −3** (equivalentemente, −3 < −2).
- b) +4, 0: +4 está a la derecha de 0 → **+4 > 0**.
- c) +1, −2: todo positivo es mayor que todo negativo → **+1 > −2**.
- d) 0, +1, −2: de menor a mayor, −2 < 0 < +1 → **−2 < 0 < +1** (equivalentemente, +1 > 0 > −2).

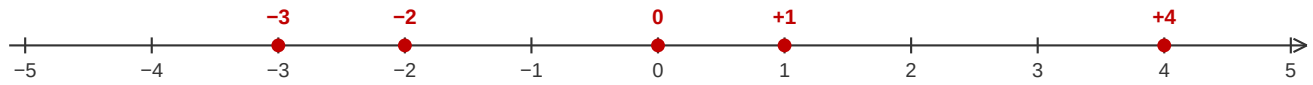
Ejercicio 2. La relación de orden −3 < +4 < −2 está incorrecta. Escríbela correctamente.

Procedimiento: se ordenan los tres números según su posición en la recta: −3 es el menor (está más a la izquierda), sigue −2, y +4 es el mayor porque es el único positivo.

Respuesta: −3 < −2 < +4 (equivalentemente, +4 > −2 > −3).

Comprobación: la relación original afirmaba +4 < −2, lo cual es imposible porque un número positivo nunca es menor que un número negativo.

Representación visual — orden de los números de los ejercicios 1 y 2 (de menor a mayor)



Ejercicio 3. Completa la oración escribiendo la palabra «mayor» o «menor», según corresponda.

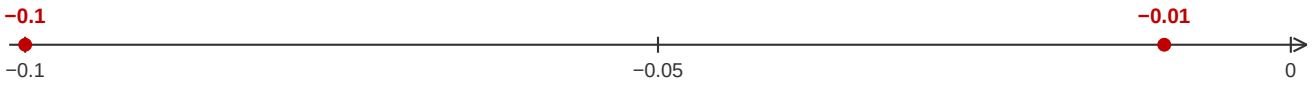
- a) Cualquier número positivo es **mayor** que cualquier número negativo.
- b) El cero es **mayor** que cualquier número negativo y **menor** que cualquier número positivo.

Ejercicio 4. En cada literal, ¿qué número es el mayor?

Procedimiento: entre dos números negativos es mayor el que está más cerca de cero, es decir, el de menor valor absoluto.

- a) −0.1, −0.01: |−0.1| = 0.1 y |−0.01| = 0.01. Como 0.01 < 0.1, el mayor es **−0.01**.
- b) −1/7, −1/5: 1/7 ≈ 0.143 y 1/5 = 0.2. Como 1/7 < 1/5, el de menor valor absoluto es −1/7, por tanto el mayor es **−1/7**.
- c) −1/2, −0.5: 1/2 = 0.5, por lo que −1/2 = −0.5. **Son el mismo número: ninguno es mayor que el otro, son iguales.**

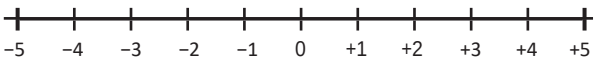
Representación visual — Ejercicio 4a: entre −0.1 y −0.01, el mayor es el más cercano a cero



2.2 Valor absoluto

P

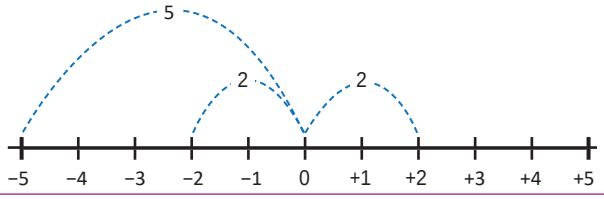
En la recta numérica:



a) ¿Cuál es la distancia que hay entre –5 y 0?
b) ¿Cuál es la distancia que hay entre +2 y 0?
c) ¿Cuál es la distancia que hay entre –2 y 0?

S

a) La distancia entre –5 y 0 es 5.
b) La distancia entre +2 y 0 es 2.
c) La distancia entre –2 y 0 es 2.



C

Tomando como punto de referencia a "0", a la distancia que hay entre 0 y otro número se le llama valor absoluto. Y se expresa mediante el símbolo | |. Por ejemplo:

|−5| = 5 significa que el valor absoluto de –5 es 5 (la distancia entre 0 y –5 es 5).
|+2| = 2 significa que el valor absoluto de +2 es 2 (la distancia entre 0 y +2 es 2).
|−2| = 2 significa que el valor absoluto de –2 es 2 (la distancia entre 0 y –2 es 2).

Se observa que |−2| = |+2| = 2. La distancia entre +2 y 0 es la misma que la distancia entre −2 y 0. Expresiones como|−2| = 2 se leen "el valor absoluto de menos dos es igual a dos".

A los pares de números que tienen signos distintos e igual valor absoluto se les conoce como **números opuestos**.

E

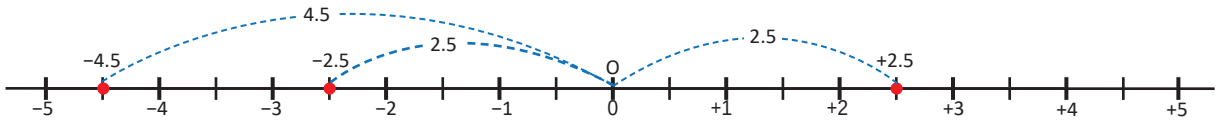
Utilizando la recta numérica, encuentra el valor absoluto de los siguientes números, y responde cuáles de ellos son números opuestos.

a) |–2.5| b) |–4.5| c) |+2.5|

Solución.
Primero, se ubican en la recta numérica los números indicados en cada literal.



Luego, se encuentran las distancias correspondientes.



Por tanto:

a) |−2.5|=2.5 b) |−4.5|=4.5 c) |+2.5|=2.5

Se observa que –2.5 y +2.5 son números opuestos, pues tienen igual distancia respecto de cero.

Encuentra el valor absoluto de los números en cada literal, y determina si son números opuestos.

a) +6, –6 **6, 6: sí**
b) –4, +3 **4 y 3: no**
c) +3.5,–4.5 **3.5 y 4.5: no**
d) –1.5, +1.5 **1.5, 1.5: sí**
e) +5, –2.5 **5 y 2.5: no**
f) –6.3, +8 **6.3 y 8: no**
g) $-\frac{1}{3}, +\frac{1}{3}$ **1/3, 1/3: sí**
h) $-0.5, +\frac{1}{2}$ **h) 0.5 y 0.5: sí, opuestos**

Criterio: el valor absoluto de un número es su distancia al 0 en la recta numérica; se escribe |a| y siempre es un número mayor o igual que cero. Dos números son **opuestos** cuando tienen signos distintos e igual valor absoluto.

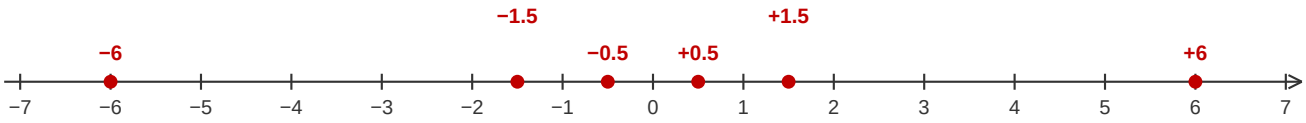
Actividad (sin numeración en el libro). Encuentra el valor absoluto de los números en cada literal, y determina si son números opuestos.

- a) +6, −6: |+6| = 6, |−6| = 6. Igual valor absoluto y signos distintos → **sí son opuestos**.
- b) −4, +3: |−4| = 4, |+3| = 3. Valores absolutos distintos → **no son opuestos**.
- c) +3.5, −4.5: |+3.5| = 3.5, |−4.5| = 4.5. Valores absolutos distintos → **no son opuestos**.
- d) −1.5, +1.5: |−1.5| = 1.5, |+1.5| = 1.5. Igual valor absoluto y signos distintos → **sí son opuestos**.
- e) +5, −2.5: |+5| = 5, |−2.5| = 2.5. Valores absolutos distintos → **no son opuestos**.
- f) −6.3, +8: |−6.3| = 6.3, |+8| = 8. Valores absolutos distintos → **no son opuestos**.
- g) −1/3, +1/3: |−1/3| = 1/3, |+1/3| = 1/3. Igual valor absoluto y signos distintos → **sí son opuestos**.
- h) −0.5, +1/2: |−0.5| = 0.5 y |+1/2| = 1/2 = 0.5. Igual valor absoluto y signos distintos → **sí son opuestos**.

Resumen: son opuestos los literales **a), d), g) y h)**; no lo son **b), c), e) y f)**.

Comprobación del literal h): 1/2 expresado en decimal es 0.5, por lo que ambos números distan lo mismo del 0.

Representación visual — pares opuestos: misma distancia al 0, signos distintos



2.3 Orden de los números negativos y su valor absoluto

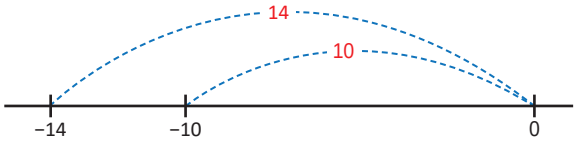
Al comparar números positivos: un número es mayor cuando el valor absoluto del número es mayor que el valor absoluto de otro número. Por ejemplo, al comparar +4 y +7. Los dos números son positivos y |+4| = 4, |+7| = 7, por lo tanto +4 < +7.

Analiza ahora lo que sucede al comparar números negativos y su valor absoluto. Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el valor absoluto de −14?
b) ¿Cuál es el valor absoluto de −10?
c) ¿Qué número es mayor entre –14 y –10?
d) Escribe una regla para la comparación de dos números negativos utilizando el valor absoluto.

Recuerda que el valor absoluto de un número significa la distancia de cero a ese número.

a) |−14|=14
b) |−10|=10
c) −14 < −10



Puedes comprobar la respuesta, ya que −14 está a la izquierda de −10; por tanto, –14 < −10.

d) El número que tiene mayor valor absoluto es el número menor.

Al comparar números negativos: el número que tiene mayor valor absoluto es el menor de los dos números.

Utilizando valor absoluto, compara los números: –15 y –2.5, y escribe la relación de orden.

Solución.
Los dos números son negativos, además:
|−15| = 15
|−2.5| = 2.5

15 > 2.5 El valor absoluto de –15 es mayor que el valor absoluto de –2.5.

Por lo tanto, −15 < –2.5.

1. Aplicando valor absoluto determina el menor y mayor de los siguientes números, y escribe la relación de orden.
   a) −4, −3 **−4 < −3** b) −23, −39 **−39 < −23** c) −0.8,−0.12 **−0.8 < −0.12** d) $-\frac{7}{6}$, –1 **−7/6 < −1**

2. Completa las siguientes oraciones con las palabras *mayor* o *menor*.
   a) Los números positivos son **mayores** que el cero, los números negativos son **menores** que cero. Por tanto, un número positivo es siempre **mayor** que un número negativo.
   b) Entre dos números positivos es **mayor** el que tiene mayor valor absoluto.
   c) Entre dos números negativos es **mayor** el que tiene menor valor absoluto.

3. Aplicando valor absoluto determina el menor y mayor de los siguientes números, y escribe la relación de orden.
   a) –15, –2, –36 **−36 < −15 < −2** b) –5,$-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$ **−5 < −1/2 < −1/3** c) –0.1, –0.01, –0.001 **−0.1 < −0.01 < −0.001**

Criterio (conclusión de la clase): al comparar números negativos, el que tiene **mayor** valor absoluto es el **menor** de los dos; equivalentemente, entre dos negativos es mayor el de menor valor absoluto.

Ejercicio 1. Aplicando valor absoluto determina el menor y mayor de los siguientes números, y escribe la relación de orden.

- a) −4, −3: |−4| = 4, |−3| = 3. Mayor valor absoluto → menor número. Menor: −4; mayor: −3. **−4 < −3**
- b) −23, −39: |−23| = 23, |−39| = 39. Menor: −39; mayor: −23. **−39 < −23**
- c) −0.8, −0.12: |−0.8| = 0.8, |−0.12| = 0.12. Menor: −0.8; mayor: −0.12. **−0.8 < −0.12**
- d) −7/6, −1: |−7/6| = 7/6 ≈ 1.17, |−1| = 1. Como 7/6 > 1, menor: −7/6; mayor: −1. **−7/6 < −1**

Ejercicio 2. Completa las siguientes oraciones con las palabras mayor o menor.

- a) Los números positivos son **mayores** que el cero, los números negativos son **menores** que cero. Por tanto, un número positivo es siempre **mayor** que un número negativo.
- b) Entre dos números positivos es **mayor** el que tiene mayor valor absoluto.
- c) Entre dos números negativos es **mayor** el que tiene menor valor absoluto.

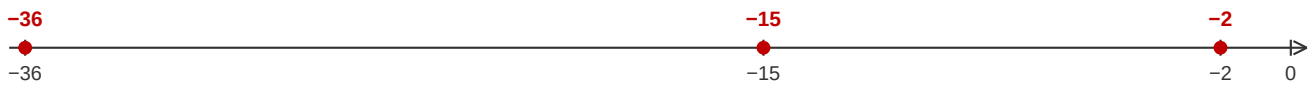
Ejercicio 3. Aplicando valor absoluto determina el menor y mayor de los siguientes números, y escribe la relación de orden.

Procedimiento: se calcula el valor absoluto de cada número; el orden de los negativos es el inverso del orden de sus valores absolutos.

- a) −15, −2, −36: valores absolutos 15, 2 y 36. De mayor a menor valor absoluto: 36, 15, 2. Por tanto: **−36 < −15 < −2**. Menor: −36; mayor: −2.
- b) −5, −1/2, −1/3: valores absolutos 5, 1/2 = 0.5 y 1/3 ≈ 0.33. Como 5 > 1/2 > 1/3, resulta: **−5 < −1/2 < −1/3**. Menor: −5; mayor: −1/3.
- c) −0.1, −0.01, −0.001: valores absolutos 0.1, 0.01 y 0.001. Como 0.1 > 0.01 > 0.001, resulta: **−0.1 < −0.01 < −0.001**. Menor: −0.1; mayor: −0.001.

Comprobación: en los tres literales el número más cercano a cero resulta ser el mayor, como corresponde a los números negativos.

Representación visual — Ejercicio 3a: orden de −36, −15 y −2 (recta a escala)



2.4 Desplazamientos en la recta

P

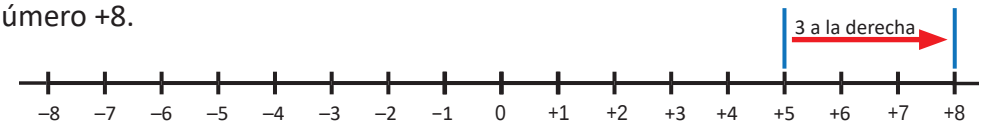
Utilizando de la recta numérica, responde lo siguiente:

a) ¿Qué número es 3 unidades mayor que +5?

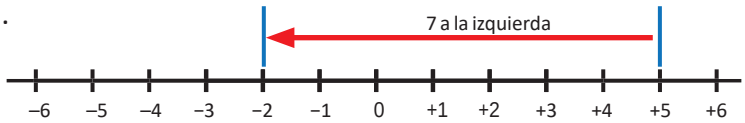
b) ¿Qué número es 7 unidades menor que +5?

S

a) El número que es 3 unidades mayor que +5, es el que se ubica 3 unidades a la derecha de +5. Este es el número +8.



b) El número que es 7 unidades menor que +5, es el que se ubica 7 unidades a la izquierda de +5. Este es el número −2.



C

Utilizando las posiciones de los números y desplazamientos a la derecha o a la izquierda en la recta numérica, se pueden encontrar números mayores o menores que un número dado.

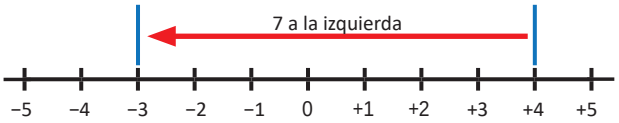
E

Responde:

1. ¿Cuántas unidades es menor –3 con respecto a +4?
2. ¿Cuántas unidades es mayor +7 con respecto a +4?

Solución.

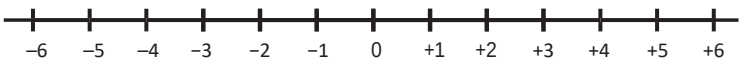
1. Partiendo de +4 para llegar a −3, se ha desplazado 7 posiciones a la izquierda como se muestra en la figura; por lo tanto, −3 es 7 unidades menor que +4.



2. Partiendo de +4 para llegar a +7 se ha desplazado 3 posiciones a la derecha; por tanto, +7 es 3 unidades mayor que +4.



1. Utilizando la recta numérica:



a) Encuentra el número que es 7 unidades menor que +3. **R: −4**

b) Encuentra el número que es 4 unidades mayor que −2. **R: +2**

c) ¿Cuántas unidades es mayor +4 con respecto a −3? **R: 7 unidades**

d) ¿Cuántas unidades es menor −5 con respecto a −3? **R: 2 unidades**

e) ¿Cuántas unidades es mayor +3.5 con respecto a +1? **R: 2.5 unidades**

f) ¿Cuántas unidades es menor –5.5 con respecto a +1? **R: 6.5 unidades**

2. Sin utilizar la recta numérica responde:

a) ¿Cuántas unidades es mayor +12 con respecto a +1? **R: 11 unidades**

b) ¿Cuántas unidades es menor −12 con respecto a −1? **R: 11 unidades**

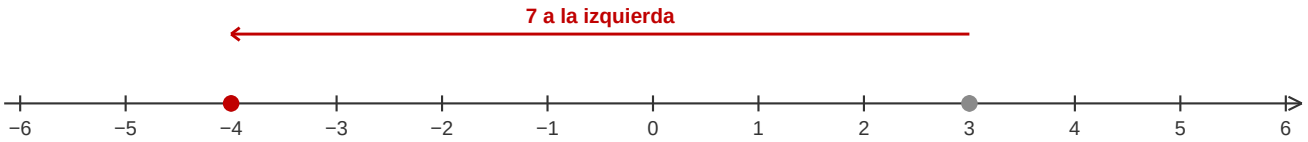
Criterio: «unidades mayor» significa desplazarse a la derecha en la recta numérica y «unidades menor», desplazarse a la izquierda. La cantidad de unidades entre dos números es la distancia entre sus posiciones, siempre un valor positivo.

Ejercicio 1. Utilizando la recta numérica:

En las rectas de este ejercicio, el punto gris es el de partida y el punto rojo es el de llegada.

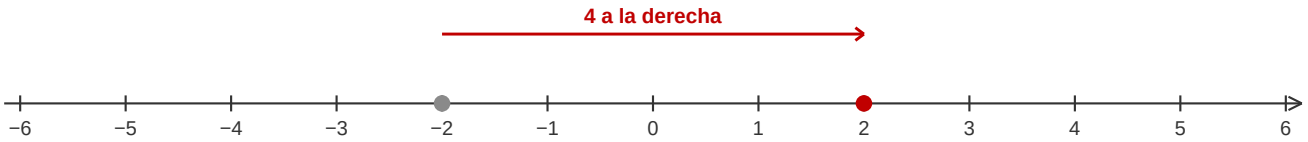
- **a) Encuentra el número que es 7 unidades menor que +3.**

Desde +3 se cuentan 7 posiciones a la izquierda y se llega a −4. **Respuesta: −4.** (Comprobación secundaria: 3 − 7 = −4.)



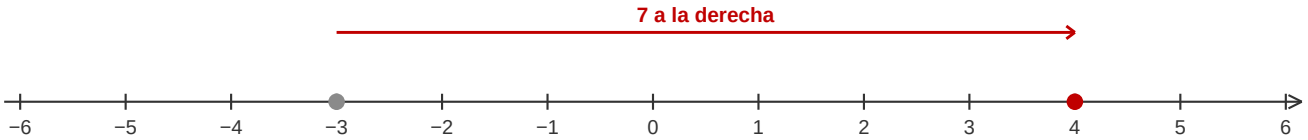
- **b) Encuentra el número que es 4 unidades mayor que −2.**

Desde −2 se cuentan 4 posiciones a la derecha y se llega a +2. **Respuesta: +2.** (Comprobación secundaria: −2 + 4 = +2.)



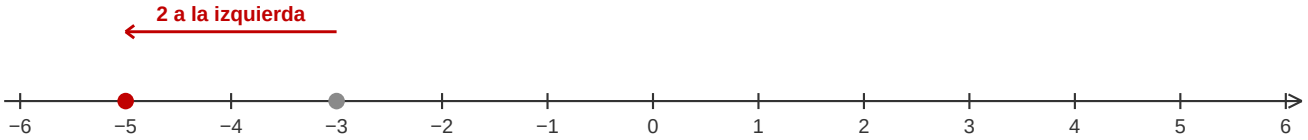
- **c) ¿Cuántas unidades es mayor +4 con respecto a −3?**

Distancia entre −3 y +4: de −3 a 0 hay 3 unidades y de 0 a +4 hay 4; total 3 + 4 = 7. **Respuesta: 7 unidades.**



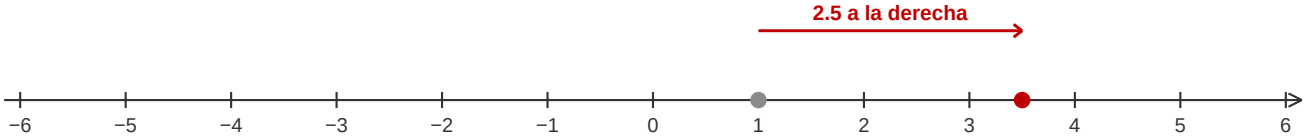
- **d) ¿Cuántas unidades es menor −5 con respecto a −3?**

Entre −5 y −3 se cuentan las posiciones: de −5 a −4 hay 1 y de −4 a −3 hay 1; total 2. **Respuesta: 2 unidades.**



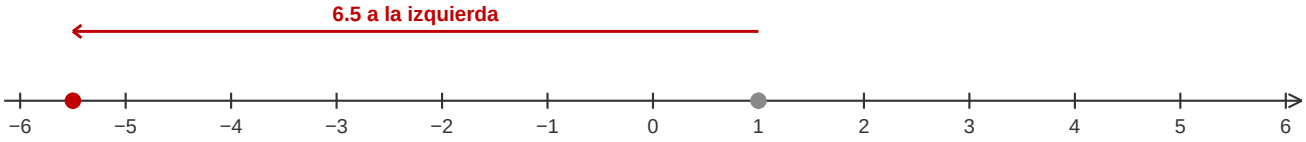
- **e) ¿Cuántas unidades es mayor +3.5 con respecto a +1?**

De +1 a +3.5 se cuentan 2.5 unidades en la recta. **Respuesta: 2.5 unidades.** (Comprobación secundaria: 3.5 − 1 = 2.5.)



- **f) ¿Cuántas unidades es menor −5.5 con respecto a +1?**

Distancia entre −5.5 y +1: de −5.5 a 0 hay 5.5 unidades y de 0 a +1 hay 1; total 5.5 + 1 = 6.5. **Respuesta: 6.5 unidades.**



Ejercicio 2. Sin utilizar la recta numérica responde:

- **a) ¿Cuántas unidades es mayor +12 con respecto a +1?**

12 − 1 = 11. **Respuesta: 11 unidades.**

- **b) ¿Cuántas unidades es menor −12 con respecto a −1?**

−12 y −1 están del mismo lado del cero; para conocer la distancia entre ellos se cuentan las unidades: 12 − 1 = 11. **Respuesta: 11 unidades.**

Comprobación: en ambos literales la distancia es 11, porque en la recta los pares (+1, +12) y (−12, −1) están separados por el mismo número de posiciones.