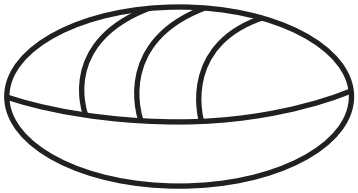
Unidad 2

Suma y resta de números positivos, negativos y el cero



La figura es una concha que para los mayas simbolizaba el número cero.

El primer matemático que estableció las propiedades y las reglas para sumar y restar números negativos fue el matemático hindú Brahmagupta; otro de sus aportes fue la inclusión del cero como número y la fundamentación de su existencia y uso; sin embargo, otras culturas como la maya habían descubierto y usado con anterioridad el cero en su sistema numérico, esto aproximadamente en el año 36 a.C.

Las reglas para sumar y restar números negativos estaban fundamentadas en las actividades de comercio referidas a deudas y créditos, y eran bastante acertadas respecto a las que conocemos hoy en día, dos deudas que se suman dan una deuda más grande, una deuda que tiene un aporte se vuelve más pequeña. Este tipo de operaciones son una parte básica para el trabajo con ecuaciones, expresiones algebraicas, entre otros, este conocimiento se puede aplicar para sumar cargas eléctricas, determinar el sentido de un giro, calcular temperaturas, etc.

Se estudiará cómo realizar operaciones de suma de números con igual signo, números con diferente signo, propiedades de la suma, se introducirá la resta como una suma y se resolverán operaciones combinadas.

1.1 Suma de números con igual signo

P

1. Para las situaciones que se presentan en cada literal, escribe el número que corresponde a cada una.

a) Ahorro $5 | Ahorro $3

En total hay $ ____ de ahorro.

b) Deuda $5 | Deuda $3

En total hay $ ____ de deuda.

Se le llama deuda económica a la cantidad de dinero que se le debe a otra persona o institución.

2. Si se expresa el ahorro con un número positivo y la deuda con un número negativo, las situaciones anteriores quedarían de la siguiente manera:

a) (+5) + (+3) = ____ b) (–5) + (–3) = ____

S

1.

a) Ahorro $5 | Ahorro $3

En total hay $ 8 de ahorro.

b) Deuda $5 | Deuda $3

En total hay $ 8 de deuda.

2.

a) (+5) + (+3) = +8 b) (–5) + (–3) = –8

C

Para sumar dos números que tienen el mismo signo, se escribe ese signo y se suman los valores absolutos.

Por ejemplo, las sumas (+5) + (+3) y (–5) + (–3) se calculan de la siguiente manera:

(+5) + (+3)
(+5) + (+3) = +(5 + 3)
= + 8

(–5) + (–3)
(–5) + (–3) = –(5 + 3)
= –8

E

Calcula las siguientes sumas:

a) (+5) + (+2) b) (–4) + (–2)

Solución.

a) (+5) + (+2) = +(5 + 2)
= +7

b) (–4) + (–2) = –(4 + 2)
= –6

Calcula las siguientes sumas:

a) (+4) + (+3) = +7 b) (–3) + (–2) = –5 c) (+1) + (+3) = +4 d) (–3) + (–6) = –9

e) (+4) + (+8) = +12 f) (–5) + (–8) = –13 g) (–25) + (–50) = –75 h) (–30) + (–60) = –90

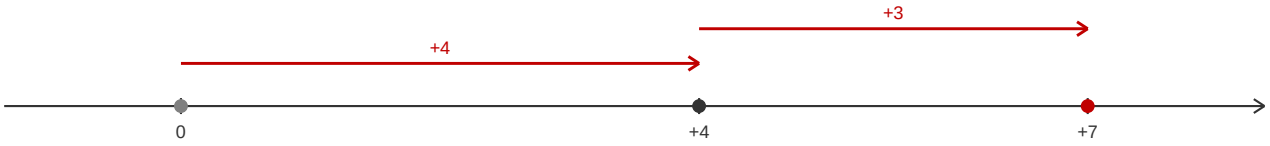
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Para sumar dos números que tienen el mismo signo, se escribe ese signo y se suman los valores absolutos (conclusión de la clase).

Calcula las siguientes sumas.

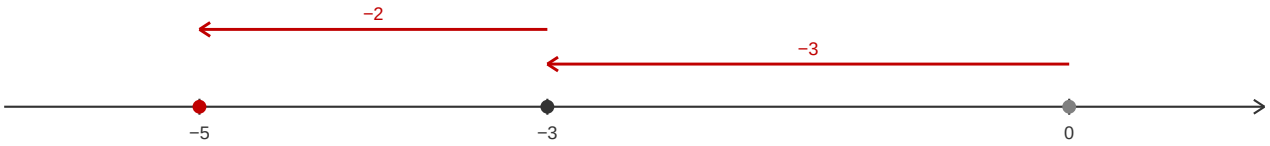
- **a) (+4) + (+3).**

Mismo signo (+): se escribe el signo + y se suman los valores absolutos: 4 + 3 = 7. **Respuesta: +7**



- **b) (−3) + (−2).**

Mismo signo (−): se escribe el signo − y se suman los valores absolutos: 3 + 2 = 5. **Respuesta: −5**



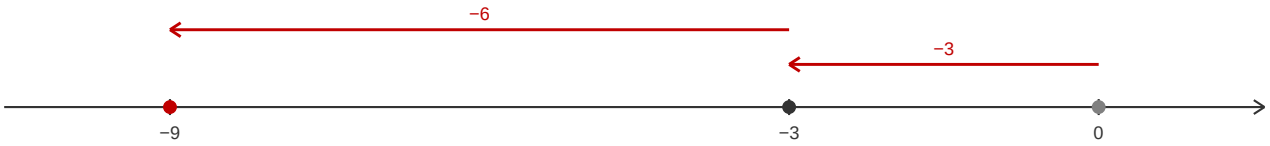
- **c) (+1) + (+3).**

Mismo signo (+): 1 + 3 = 4. **Respuesta: +4**



- **d) (−3) + (−6).**

Mismo signo (−): 3 + 6 = 9. **Respuesta: −9**



- **e) (+4) + (+8).**

Mismo signo (+): 4 + 8 = 12. **Respuesta: +12**



- **f) (−5) + (−8).**

Mismo signo (−): 5 + 8 = 13. **Respuesta: −13**



- **g) (−25) + (−50).**

Mismo signo (−): 25 + 50 = 75. **Respuesta: −75**



- **h) (−30) + (−60).**

Mismo signo (−): 30 + 60 = 90. **Respuesta: −90**



1.2 Suma de números con diferente signo

P

1. Para las situaciones que se presentan en cada literal, escribe el número que corresponde a cada una.

a)

Ahorro $5	Deuda $3

Como hay más ____ que ____
En total hay $____ de ____

b)

Ahorro $3	Deuda $5

Como hay más ____ que ____
En total hay $____ de ____

c)

Ahorro $5	Deuda $5

Como se tiene la misma cantidad de ahorro y deuda, en total no hay ni ahorro ni deuda.

2. Si se expresa el ahorro con un número positivo y la deuda con un número negativo, las situaciones anteriores se expresan de la siguiente manera:

a) (+5) + (–3) = ____ b) (+3) + (–5) = ____ c) (+5) + (–5) = ____

S

1.

a)

Ahorro $5	Deuda $3

Como hay más ahorro que deuda
En total hay $ 2 de ahorro

b)

Ahorro $3	Deuda $5

Como hay más deuda que ahorro
En total hay $ 2 de deuda

c)

Ahorro $5	Deuda $5

Como se tiene la misma cantidad de ahorro y deuda, en total no hay ni ahorro ni deuda.

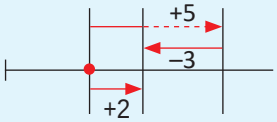
2.

a) (+5) + (–3) = +2 b) (+3) + (–5) = –2 c) (+5) + (–5) = 0

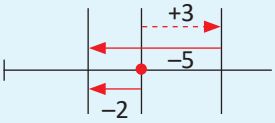
Para sumar dos números que tienen diferente signo y valor absoluto:
1. Se escribe el signo del número con mayor valor absoluto.
2. Se restan los valores absolutos, restando el menor del mayor.

Por ejemplo:

a) $(+5) + (-3) = +(5 - 3)$
$= +2$



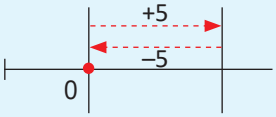
b) $(+3) + (-5) = -(5 - 3)$
$= -2$



La suma de dos números opuestos es 0.

Por ejemplo:

$(+5) + (-5) = 0$



E

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-3) + (+5)$

b) $(-5) + (+3)$

c) $(-6) + (+6)$

Solución.

a) $(-3) + (+5) = +(5 - 3)$
$= +2$

b) $(-5) + (+3) = -(5 - 3)$
$= -2$

c) $(-6) + (+6) = 0$

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-5) + (+2)$ **$= -3$**

b) $(-9) + (+6)$ **$= -3$**

c) $(+4) + (-4)$ **$= 0$**

d) $(+2) + (-8)$ **$= -6$**

e) $(+7) + (-4)$ **$= +3$**

f) $(-5) + (+9)$ **$= +4$**

g) $(+4) + (-7)$ **$= -3$**

h) $(-23) + (+10)$ **$= -13$**

i) $(+17) + (-12)$ **$= +5$**

j) $(-13) + (+33)$ **$= +20$**

k) $(+7) + (-7)$ **$= 0$**

l) $(-13) + (+13)$ **$= 0$**

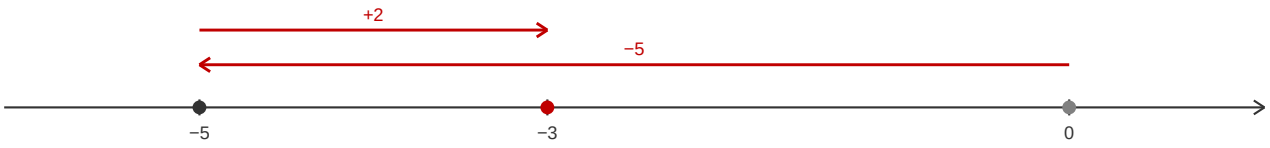
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Para sumar dos números de diferente signo: se escribe el signo del número con mayor valor absoluto y se restan los valores absolutos, el menor del mayor. La suma de dos números opuestos es 0 (conclusión de la clase, pág. impresa 14).

Calcula las siguientes sumas.

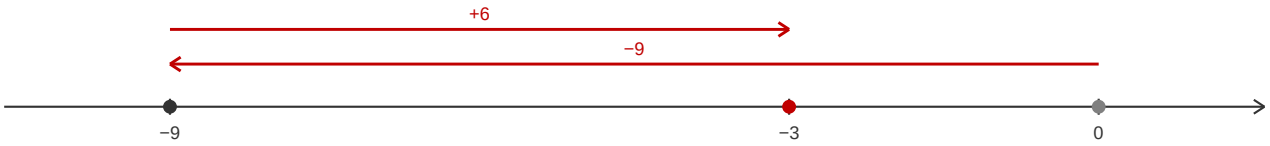
- **a) (−5) + (+2).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−5| = 5 (de −5), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 5 − 2 = 3. **Respuesta: −3**



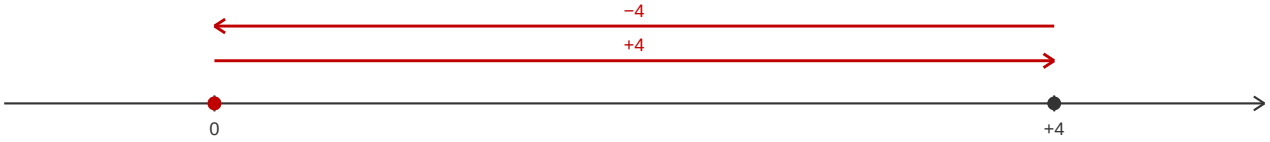
- **b) (−9) + (+6).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−9| = 9 (de −9), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 9 − 6 = 3. **Respuesta: −3**



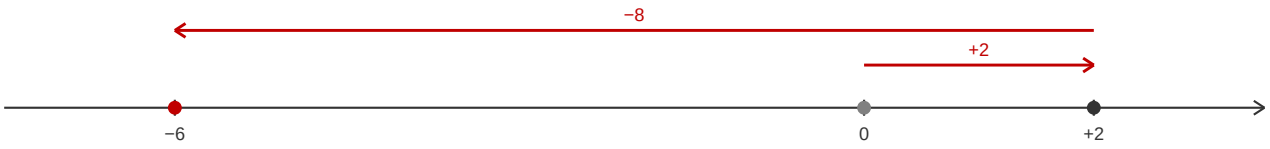
- **c) (+4) + (−4).**

Los sumandos son opuestos (igual valor absoluto, signos distintos): la suma es 0. **Respuesta: 0**



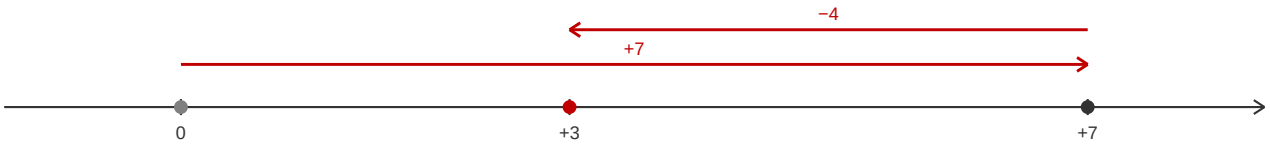
- **d) (+2) + (−8).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−8| = 8 (de −8), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 8 − 2 = 6. **Respuesta: −6**



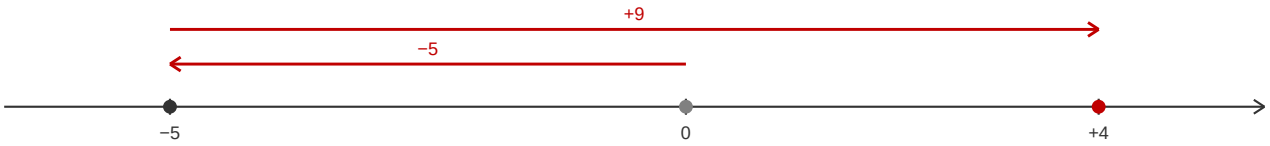
- **e) (+7) + (−4).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+7| = 7 (de +7), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 7 − 4 = 3. **Respuesta: +3**



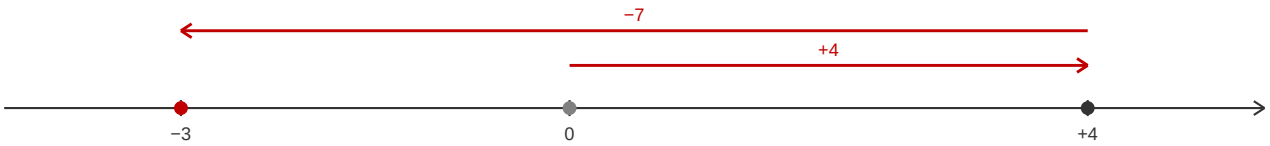
- **f) (−5) + (+9).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+9| = 9 (de +9), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 9 − 5 = 4. **Respuesta: +4**



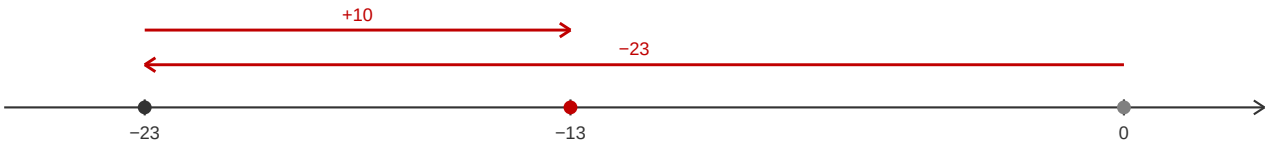
- **g) (+4) + (−7).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−7| = 7 (de −7), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 7 − 4 = 3. **Respuesta: −3**



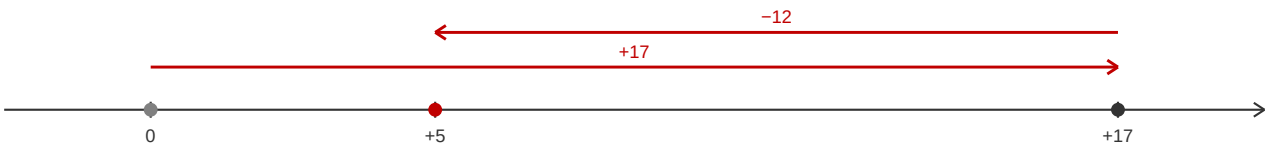
- **h) (−23) + (+10).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−23| = 23 (de −23), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 23 − 10 = 13. **Respuesta: −13**



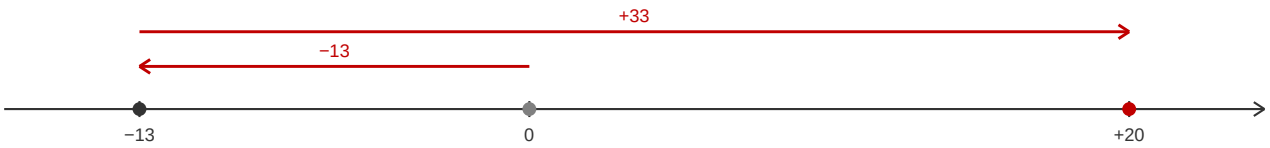
- **i) (+17) + (−12).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+17| = 17 (de +17), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 17 − 12 = 5. **Respuesta: +5**



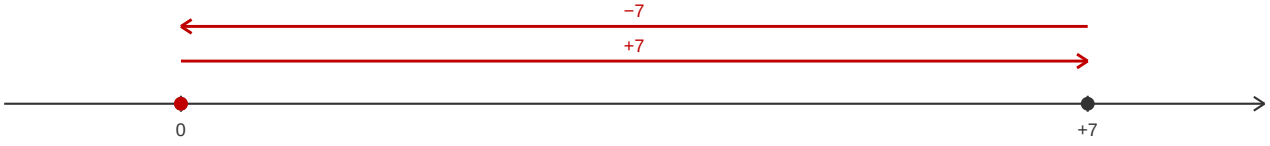
- **j) (−13) + (+33).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+33| = 33 (de +33), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 33 − 13 = 20. **Respuesta: +20**



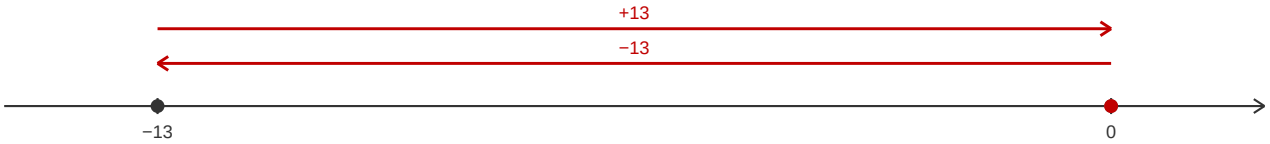
- **k) (+7) + (−7).**

Los sumandos son opuestos (igual valor absoluto, signos distintos): la suma es 0. **Respuesta: 0**



- **l) (−13) + (+13).**

Los sumandos son opuestos (igual valor absoluto, signos distintos): la suma es 0. **Respuesta: 0**



1.3 Sumas que incluyen cero

1. Para las situaciones que se presentan en cada literal, escribe el número que corresponde a cada una.

a) Deuda $3 | $0

En total hay $ ____ de ____

b) $0 | Deuda $3

En total hay $ ____ de ____

2. Si se expresa la deuda con un número negativo, las situaciones anteriores se expresan de la siguiente manera:

a) (–3) + 0 = ____

b) 0 + (–3) = ____

S

1.

a) En total hay $ 3 de deuda

b) En total hay $ 3 de deuda

2.

a) (–3) + 0 = –3

b) 0 + (–3) = –3

C

En las sumas, en las que interviene el cero, se presentan 2 casos:

1. Si se suma cero a un número, el resultado es el mismo número.
   Por ejemplo: (–3) + 0 = –3

2. Si se suma un número al cero el resultado es el número.
   Por ejemplo: 0 + (–4) = –4

Realiza las siguientes sumas:

a) (+5) + 0 = +5

b) (–8) + 0 = –8

c) 0 + (+2) = +2

d) 0 + (–7) = –7

e) (+7) + 0 = +7

f) (–9) + 0 = –9

g) 0 + (+4) = +4

h) 0 + (–6) = –6

i) (+20) + 0 = +20

j) (–15) + 0 = –15

k) 0 + (+37) = +37

l) 0 + (–23) = –23

m) (+77) + 0 = +77

n) (–43) + 0 = –43

o) 0 + (+100) = +100

p) 0 + (–105) = –105

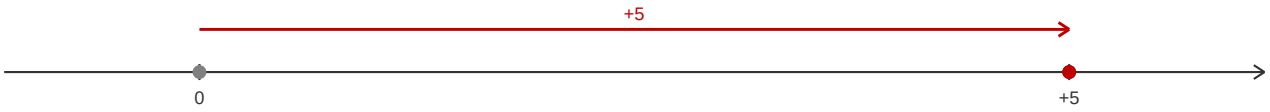
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: En las sumas en las que interviene el cero: si se suma cero a un número, el resultado es el mismo número; si se suma un número al cero, el resultado es el número (conclusión de la clase).

Realiza las siguientes sumas.

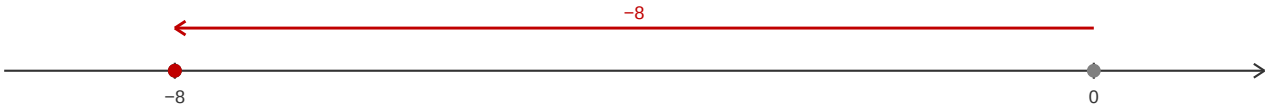
- **a) (+5) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: +5**



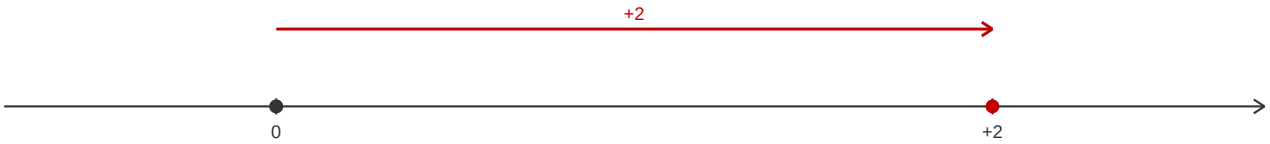
- **b) (−8) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: −8**



- **c) 0 + (+2).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: +2**



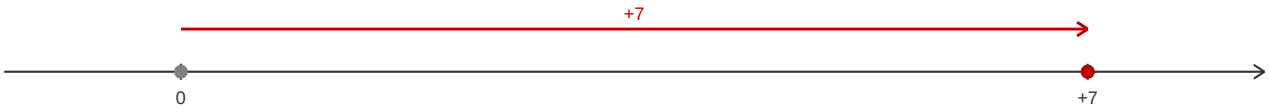
- **d) 0 + (−7).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: −7**



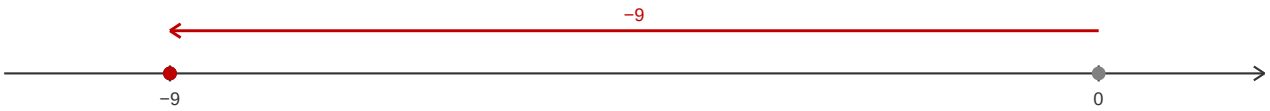
- **e) (+7) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: +7**



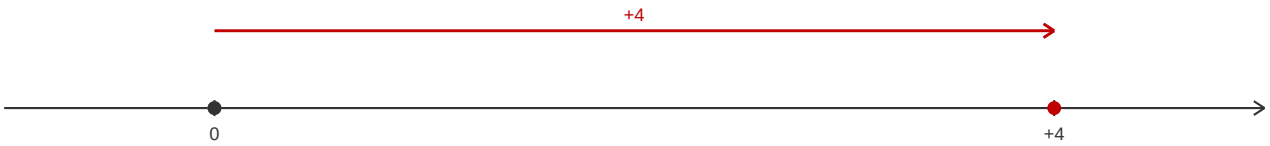
- **f) (−9) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: −9**



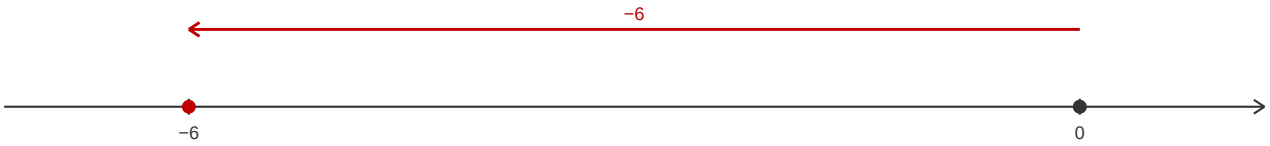
- **g) 0 + (+4).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: +4**



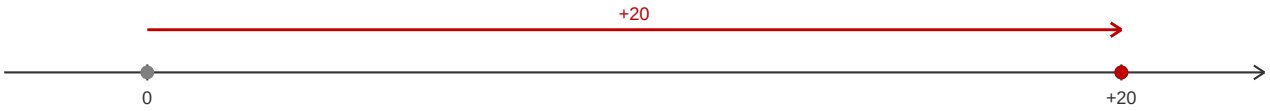
- **h) 0 + (−6).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: −6**



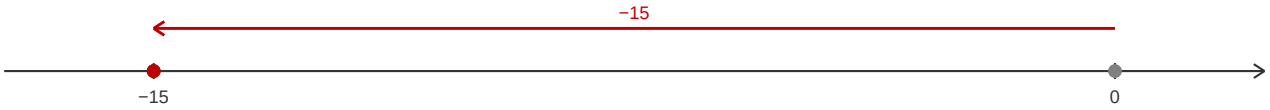
- **i) (+20) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: +20**



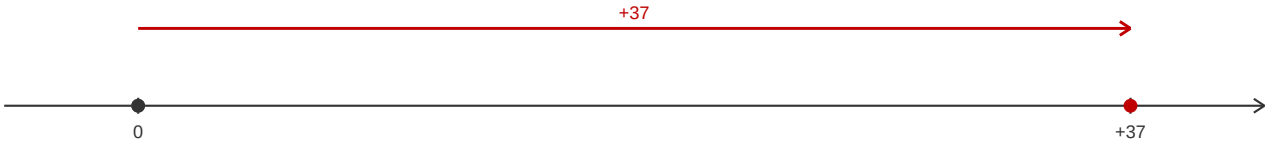
- **j) (−15) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: −15**



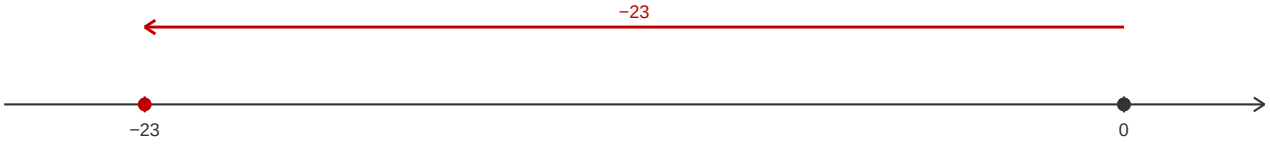
- **k) 0 + (+37).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: +37**



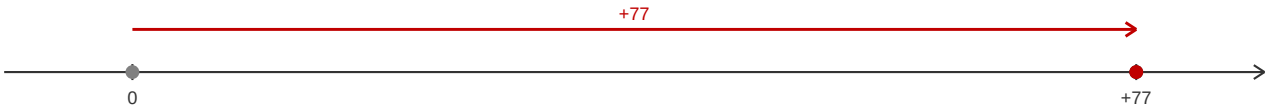
- **l) 0 + (−23).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: −23**



- **m) (+77) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: +77**



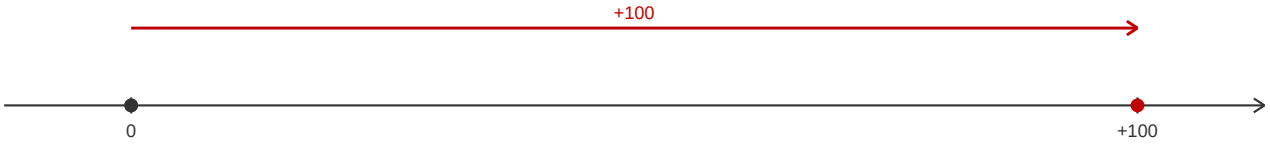
- **n) (−43) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número (caso 1 de la clase). **Respuesta: −43**



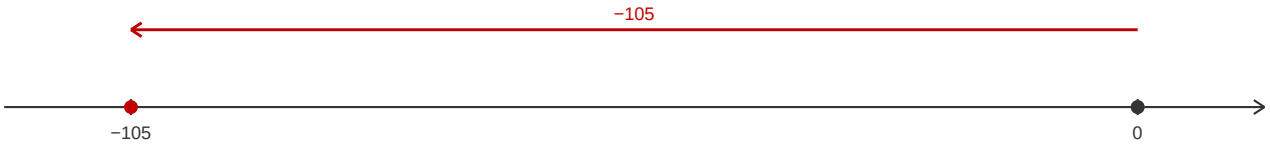
- **o) 0 + (+100).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: +100**



- **p) 0 + (−105).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número (caso 2 de la clase). **Respuesta: −105**



1.4 Suma con números decimales o fracciones positivas y negativas

P

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-2.5) + (-3.4)$ b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$

S

a) $(-2.5) + (-3.4) = -(2.5 + 3.4)$
$= -5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right)$
$= +\frac{1}{5}$

C

Las reglas para realizar la suma de dos números positivos o negativos que son decimales o fracciones son las mismas que se establecieron en las tres clases anteriores.

1. Para sumar dos números que tienen el mismo signo, se escribe ese signo y se suman los valores absolutos.

2. Para sumar dos números que tienen diferente signo y valor absoluto, se escribe el signo del número con mayor valor absoluto y se restan los valores absolutos, restando el menor del mayor. En caso de que los números sean opuestos la suma es cero.

3. Si se suma cero a un número el resultado es el número o si se suma un número al cero el resultado es el número.

Por ejemplo:

a) $(-2.5) + (-3.4) = -(2.5 + 3.4)$
$= -5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right)$
$= +\frac{1}{5}$

E

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-2.5) + (+2.5)$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ c) $(-4.6) + 0$ d) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right)$

Solución.

a) $(-2.5) + (+2.5) = 0$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) = 0$ c) $(-4.6) + 0 = -4.6$ d) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5}$

Calcula las siguientes sumas:

a) $(+2.4) + (+1.3)$ **= +3.7** b) $(-3.5) + (-2.2)$ **= −5.7** c) $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$ **= −4/5** d) $\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)$ **= −5/7**

e) $(+3.9) + (-1.5)$ **= +2.4** f) $(+4.2) + (-5.3)$ **= −1.1** g) $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)$ **= +2/5** h) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ **= −1/6**

i) $(+7.3) + (-9.5)$ **= −2.2** j) $(-2.4) + (+6.7)$ **= +4.3** k) $\left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right)$ **= 0** l) $\left(+\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)$ **= 0**

m) $(-3.8) + 0$ **= −3.8** n) $0 + (+5.9)$ **= +5.9** o) $\left(+\frac{3}{5}\right) + 0$ **= +3/5** p) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right)$ **= −3/5**

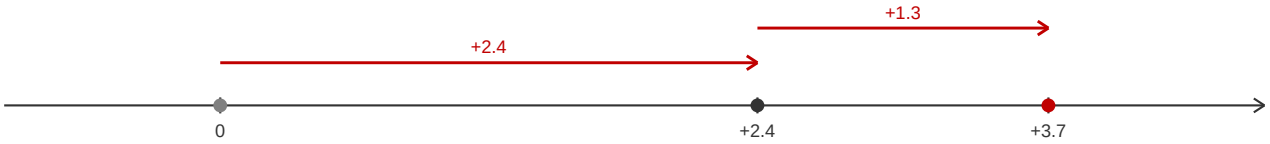
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Las reglas de las clases 1.1 a 1.3 se aplican igual a decimales y fracciones (conclusión de la clase).

Calcula las siguientes sumas.

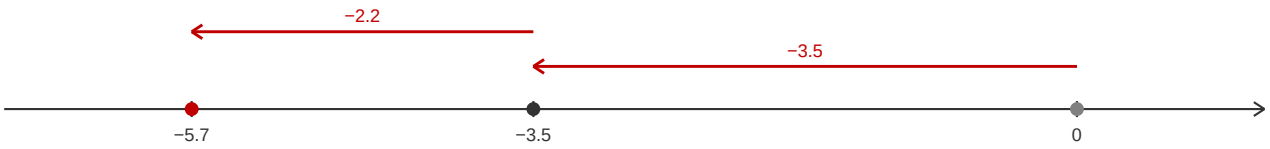
- **a) (+2.4) + (+1.3).**

Mismo signo (+): 2.4 + 1.3 = 3.7. **Respuesta: +3.7**



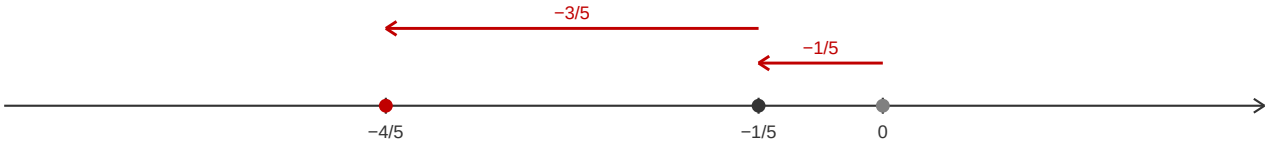
- **b) (−3.5) + (−2.2).**

Mismo signo (−): 3.5 + 2.2 = 5.7. **Respuesta: −5.7**



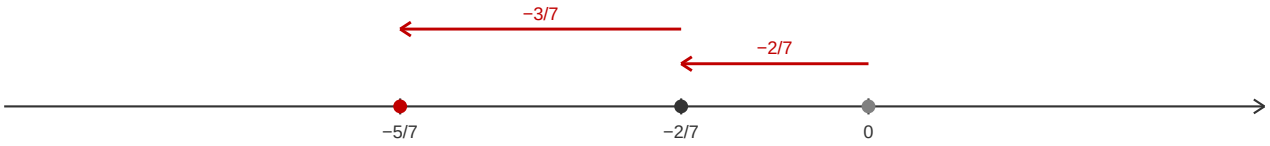
- **c) (−1/5) + (−3/5).**

Mismo signo (−) y mismo denominador: se suman los numeradores: 1/5 + 3/5 = 4/5. **Respuesta: −4/5**



- **d) (−2/7) + (−3/7).**

Mismo signo (−) y mismo denominador: 2/7 + 3/7 = 5/7. **Respuesta: −5/7**



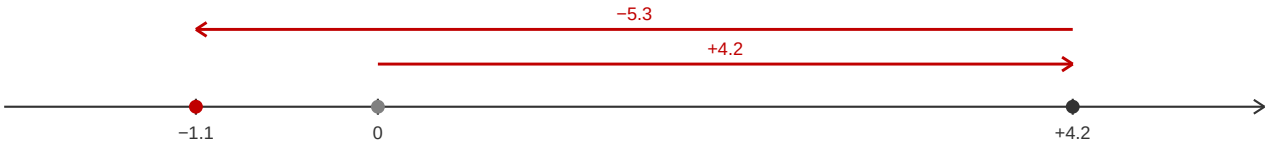
- **e) (+3.9) + (−1.5).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 3.9 (positivo); 3.9 − 1.5 = 2.4. **Respuesta: +2.4**



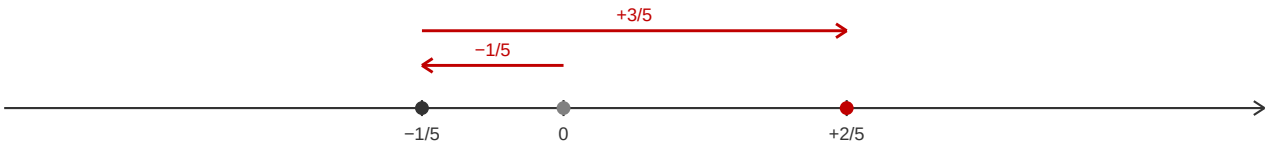
- **f) (+4.2) + (−5.3).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 5.3 (negativo); 5.3 − 4.2 = 1.1. **Respuesta: −1.1**



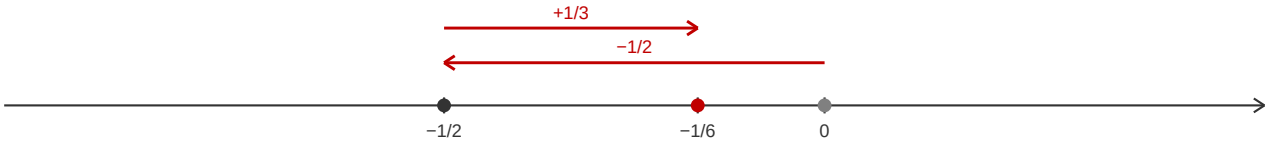
- **g) (−1/5) + (+3/5).**

Diferente signo y mismo denominador: mayor valor absoluto 3/5 (positivo); 3/5 − 1/5 = 2/5. **Respuesta: +2/5**



- **h) (−1/2) + (+1/3).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 1/2 (negativo). Con denominador común 6: 1/2 = 3/6 y 1/3 = 2/6; 3/6 − 2/6 = 1/6. **Respuesta: −1/6**



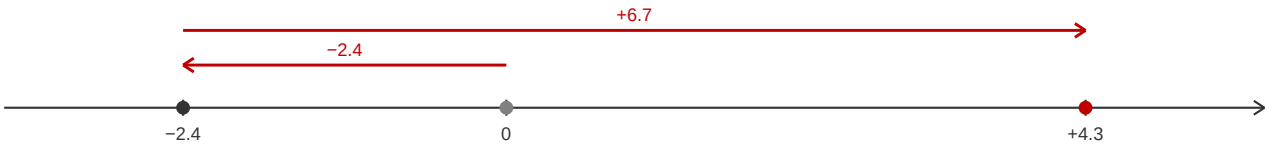
- **i) (+7.3) + (−9.5).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 9.5 (negativo); 9.5 − 7.3 = 2.2. **Respuesta: −2.2**



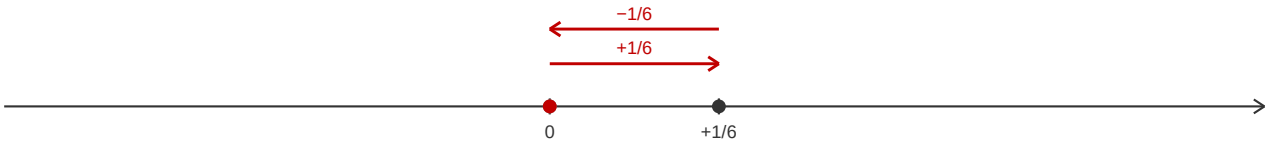
- **j) (−2.4) + (+6.7).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 6.7 (positivo); 6.7 − 2.4 = 4.3. **Respuesta: +4.3**



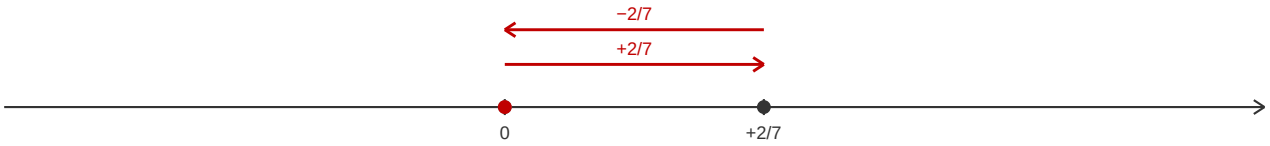
- **k) (+1/6) + (−1/6).**

Sumandos opuestos: la suma es 0. **Respuesta: 0**



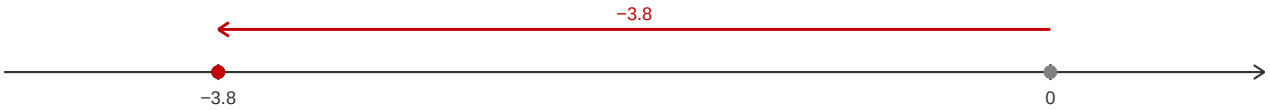
- **l) (+2/7) + (−2/7).**

Sumandos opuestos: la suma es 0. **Respuesta: 0**



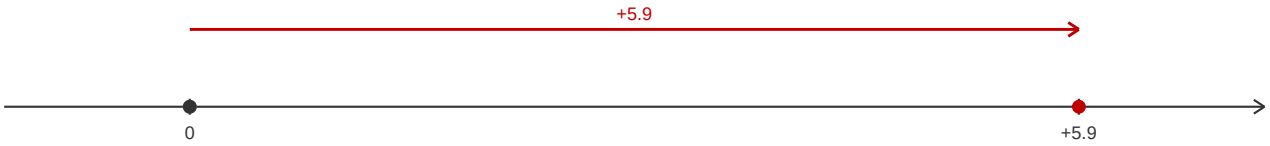
- **m) (−3.8) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número. **Respuesta: −3.8**



- **n) 0 + (+5.9).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número. **Respuesta: +5.9**



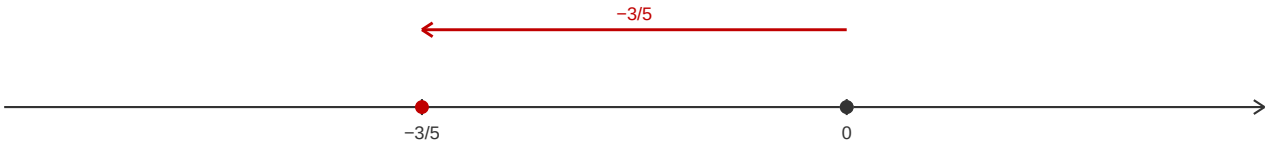
- **o) (+3/5) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número. **Respuesta: +3/5**



- **p) 0 + (−3/5).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número. **Respuesta: −3/5**



1.5 Propiedad conmutativa y asociativa de la suma

P

Para cada literal, ¿son iguales los resultados obtenidos en la **Operación 1** y **Operación 2**?

a) **Operación 1** $(-3) + (+4)$ **Operación 2** $(+4) + (-3)$

b) **Operación 1** $[(-5) + (-7)] + (+15)$ **Operación 2** $(-5) + [(-7) + (+15)]$

S

	Operación 1	**Operación 2**
a)	$(-3) + (+4) = +(4 - 3)$ $= +1$	$(+4) + (-3) = +(4 - 3)$ $= +1$
b)	$[(-5) + (-7)] + (+15) = [-(7 + 5)] + (+15)$ $= (-12) + (+15)$ $= +(15 - 12)$ $= +3$	$(-5) + [(-7) + (+15)] = (-5) + [+(15 - 7)]$ $= (-5) + (+8)$ $= +(8 - 5)$ $= +3$

R. Los resultados de la Operación 1 y Operación 2 son iguales en ambos literales.

C

La suma de dos números positivos o negativos no depende del orden de los sumandos. A esto se le llama **Propiedad conmutativa**.

$$a + b = b + a$$

La suma de varios números positivos o negativos no depende de la forma en que se asocian. A esto se le llama **Propiedad asociativa**.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Cuando en una operación ya se ha utilizado paréntesis, y se requiere utilizar otro signo de agrupación se utilizan los corchetes.

E

Realiza las siguientes sumas:

$(-5) + (+8) + (+4) + (-2)$

Solución.

$$\begin{aligned}(-5) + (+8) + (+4) + (-2) &= (+8) + (-5) + (+4) + (-2)\\ &= (+8) + (+4) + (-5) + (-2)\\ &= [(+8) + (+4)] + [(-5) + (-2)]\\ &= (+12) + (-7)\\ &= +5\end{aligned}$$

Los sumandos se ordenan según el signo para facilitar el cálculo (aplicando la propiedad conmutativa). En caso de tener fracciones, el ordenamiento también se puede hacer con base a los denominadores, de manera que sea más fácil la realización del cálculo.

Calcula las siguientes sumas:

a) $(+2) + (-3) + (+5) + (-2)$ **= +2**

b) $(+4) + (-2) + (+8) + (-5)$ **= +5**

c) $(-6) + (+4) + (+1) + (-4)$ **= −5**

d) $(-2) + (+5) + (+3) + (-5)$ **= +1**

e) $(+1) + (-3) + (-1) + (+4)$ **= +1**

f) $(+5) + (-4) + (-2) + (+8)$ **= +7**

g) $(-8) + (+1) + (-4) + (+1)$ **= −10**

h) $(-6) + (-4) + (+9) + (-8)$ **= −9**

i) $(+11) + (-10) + (+4) + (+5)$ **= +10**

j) $(-2.3) + (+1.2) + (-1.5) + (+6.3)$ **= +3.7**

k) $\left(-\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(+\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{4}{7}\right)$ **= −4/7**

l) $\left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)$ **= −3/5**

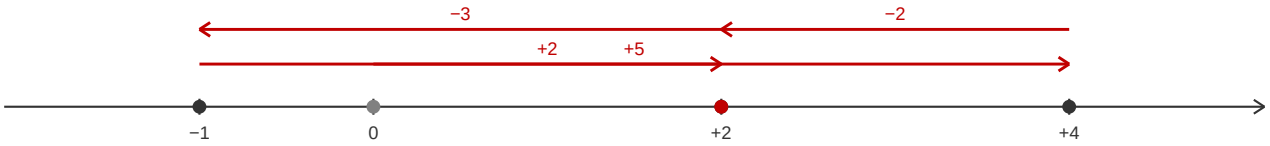
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Los sumandos se ordenan según el signo para facilitar el cálculo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa), como en el ejemplo (E) de la clase.

Calcula las siguientes sumas.

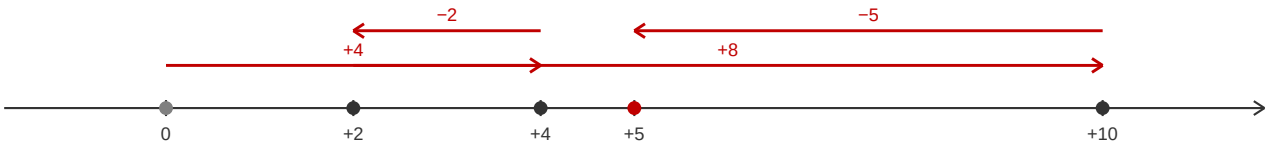
- **a) (+2) + (−3) + (+5) + (−2).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+2) + (+5) = +7; negativos: (−3) + (−2) = −5. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +2**



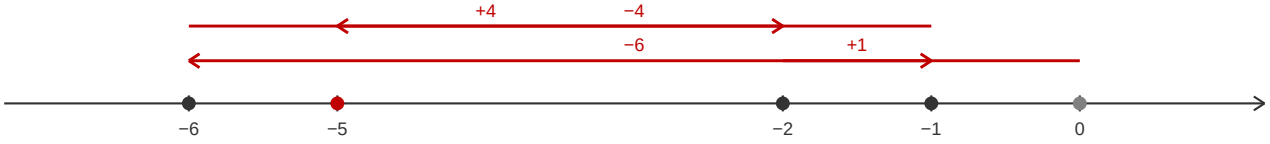
- **b) (+4) + (−2) + (+8) + (−5).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+4) + (+8) = +12; negativos: (−2) + (−5) = −7. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +5**



- **c) (−6) + (+4) + (+1) + (−4).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+4) + (+1) = +5; negativos: (−6) + (−4) = −10. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: −5**



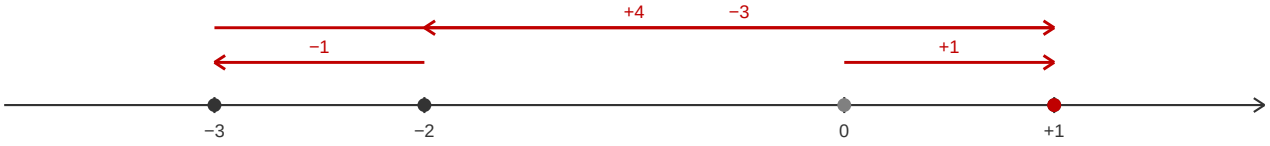
- **d) (−2) + (+5) + (+3) + (−5).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+5) + (+3) = +8; negativos: (−2) + (−5) = −7. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +1**



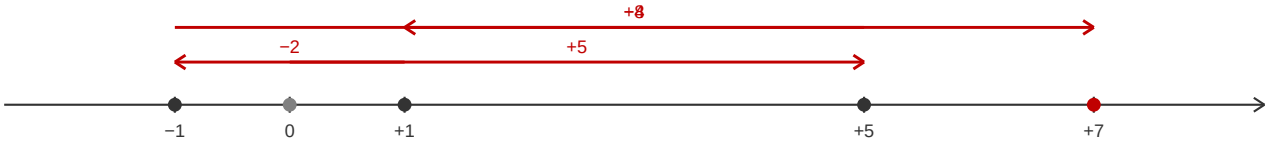
- **e) (+1) + (−3) + (−1) + (+4).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+1) + (+4) = +5; negativos: (−3) + (−1) = −4. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +1**



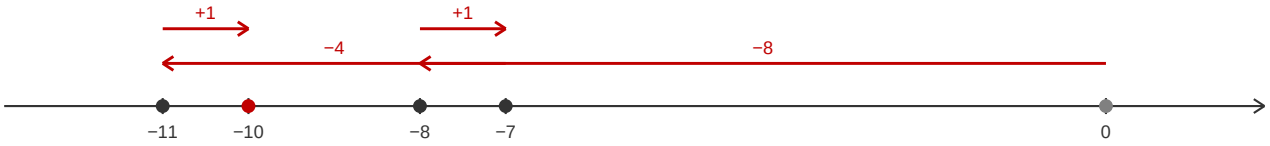
- **f) (+5) + (−4) + (−2) + (+8).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+5) + (+8) = +13; negativos: (−4) + (−2) = −6. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +7**



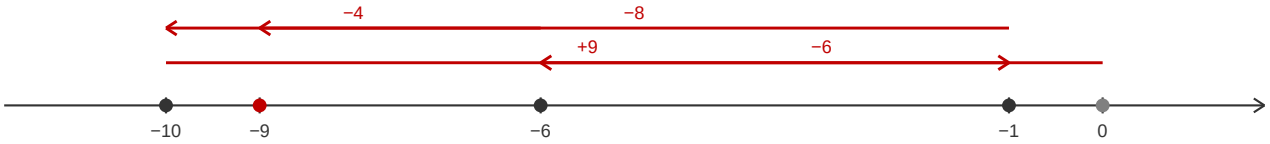
- **g) (−8) + (+1) + (−4) + (+1).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+1) + (+1) = +2; negativos: (−8) + (−4) = −12. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: −10**



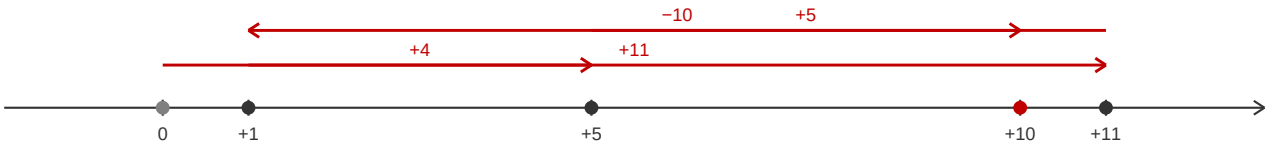
- **h) (−6) + (−4) + (+9) + (−8).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+9) = +9; negativos: (−6) + (−4) + (−8) = −18. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: −9**



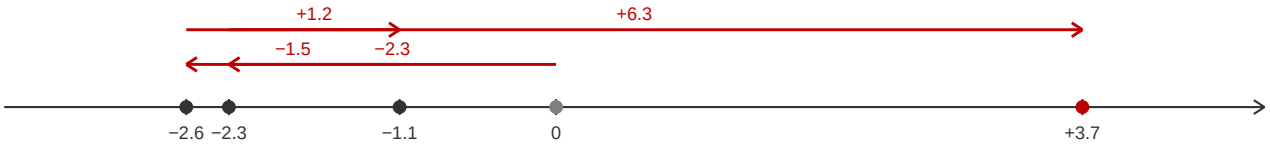
- **i) (+11) + (−10) + (+4) + (+5).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+11) + (+4) + (+5) = +20; negativos: (−10) = −10. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +10**



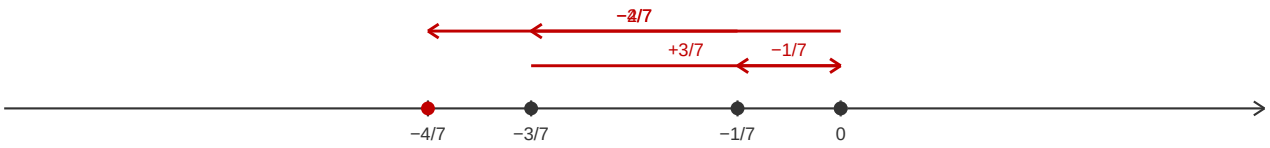
- **j) (−2.3) + (+1.2) + (−1.5) + (+6.3).**

Se ordenan los sumandos por signo (propiedad conmutativa) y se agrupan (propiedad asociativa): positivos: (+1.2) + (+6.3) = +7.5; negativos: (−2.3) + (−1.5) = −3.8. Luego se suman ambos resultados. **Respuesta: +3.7**



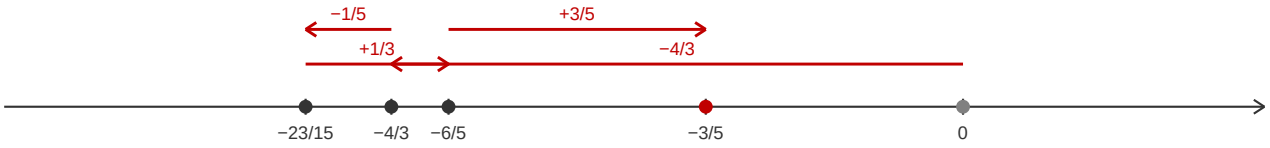
- **k) (−1/7) + (−2/7) + (+3/7) + (−4/7).**

Se agrupan por signo con denominador común 7: positivo: +3/7; negativos: (−1/7) + (−2/7) + (−4/7) = −7/7 = −1. Luego: (+3/7) + (−1) = −4/7. **Respuesta: −4/7**



- **l) (−4/3) + (−1/5) + (+1/3) + (+3/5).**

Se agrupan por denominador y signo: tercios: (−4/3) + (+1/3) = −1; quintos: (−1/5) + (+3/5) = +2/5. Luego: (−1) + (+2/5) = −3/5. **Respuesta: −3/5**



1.6 Practica lo aprendido

1. Realiza las siguientes sumas:

a) (+3) + (+2) = +5

b) (−7) + (−3) = −10

c) (+2) + (+7) = +9

d) (−1) + (−4) = −5

e) (+11) + (+4) = +15

f) (−16) + (−9) = −25

g) (+7) + (+13) = +20

h) (−8) + (−12) = −20

i) (+15.1) + (+10.1) = +25.2

j) (−8.7) + (−0.3) = −9

k) $\left(+\frac{2}{11}\right)+\left(+\frac{7}{11}\right)$ = +9/11

l) $\left(-\frac{8}{13}\right)+\left(-\frac{2}{13}\right)$ = −10/13

2. Realiza las siguientes sumas:

a) (+8) + (−5) = +3

b) (−9) + (+3) = −6

c) (−5) + (+5) = 0

d) (+18) + (−8) = +10

e) (−14) + (+9) = −5

f) (+13) + (−23) = −10

g) (−21) + (+28) = +7

h) (−35) + (+35) = 0

i) (0.2) + (−1.8) = −1.6

j) (+5.9) + (−2.9) = +3

k) $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$ = −3/5

l) $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{7}\right)$ = −1/35

m) (−33) + 0 = −33

n) 0 + (−0.95) = −0.95

o) $\left(-\frac{2}{3}\right)+0$ = −2/3

3. Cambia el orden de los números en las siguientes sumas aplicando la propiedad conmutativa y asociativa, luego realiza el cálculo.

a) (+2) + (−18) + (+3) + (−7) = −20

b) (−25) + (+5) + (+40) + (−10) = +10

c) (−12) + (+14) + (−18) + (+2) = −14

d) (+15) + (−6) + (+5) + (−4) = +10

e) (−12) + (−14) + (+18) + (−2) = −10

f) (−20) + (−10) + (−6) + (+9) = −27

g) (+1.3) + (−8.1) + (+7.7) + (−1.9) = −1

h) (−2.5) + (+1.4) + (+0.4) + (−0.3) = −1

i) (−5.6) + (+4.2) + (−2.3) + (+3.3) = −0.4

j) $\left(+\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{4}{7}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)$ = −3/7

k) $\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{9}{10}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)$ = +2/5

l) $\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$ = −1/3

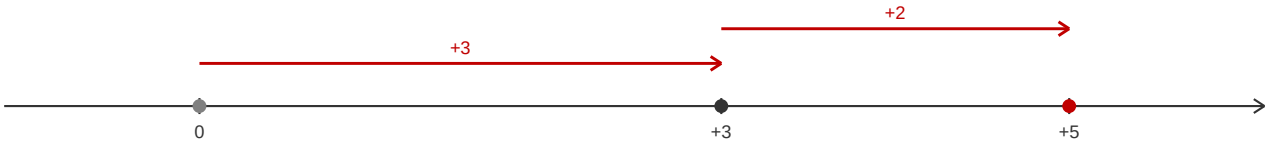
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Práctica de las clases 1.1 a 1.5: sumas con igual signo, con diferente signo, con cero y reordenamiento con las propiedades conmutativa y asociativa.

Ejercicio 1. Realiza las siguientes sumas.

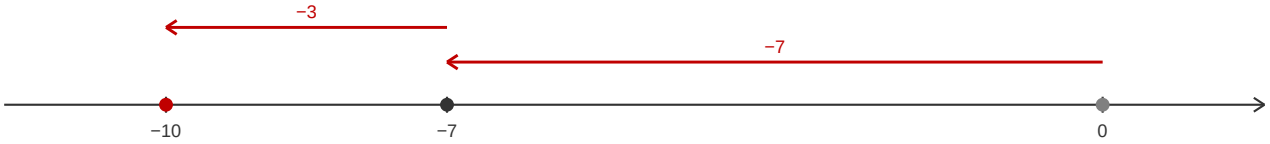
- **a) (+3) + (+2).**

Mismo signo (+): 3 + 2 = 5. **Respuesta: +5**



- **b) (−7) + (−3).**

Mismo signo (−): 7 + 3 = 10. **Respuesta: −10**



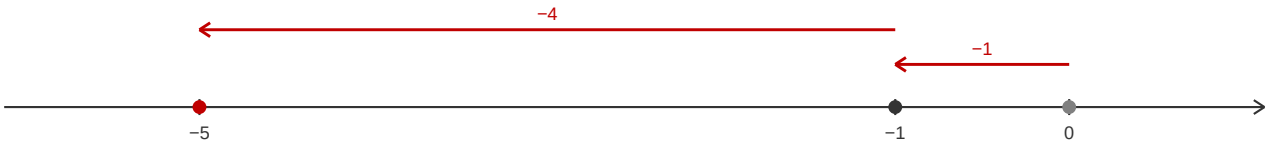
- **c) (+2) + (+7).**

Mismo signo (+): 2 + 7 = 9. **Respuesta: +9**



- **d) (−1) + (−4).**

Mismo signo (−): 1 + 4 = 5. **Respuesta: −5**



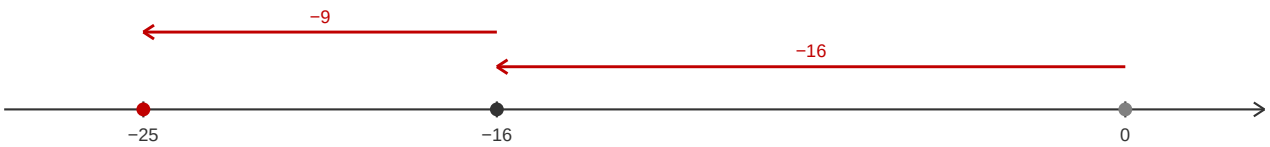
- **e) (+11) + (+4).**

Mismo signo (+): 11 + 4 = 15. **Respuesta: +15**



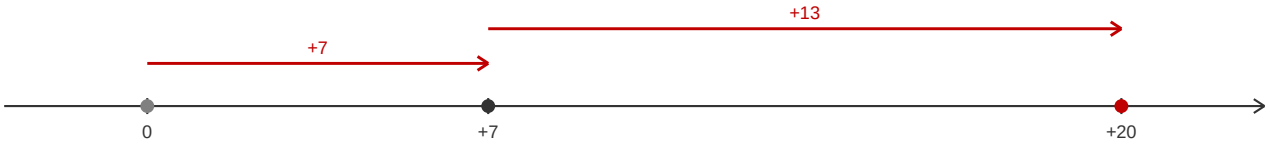
- **f) (−16) + (−9).**

Mismo signo (−): 16 + 9 = 25. **Respuesta: −25**



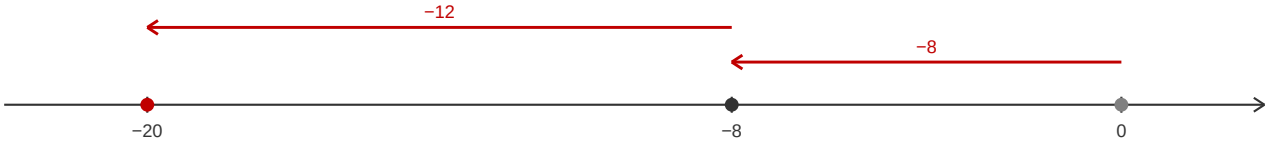
- **g) (+7) + (+13).**

Mismo signo (+): 7 + 13 = 20. **Respuesta: +20**



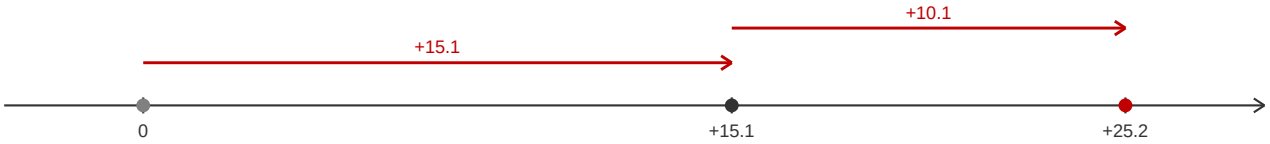
- **h) (−8) + (−12).**

Mismo signo (−): 8 + 12 = 20. **Respuesta: −20**



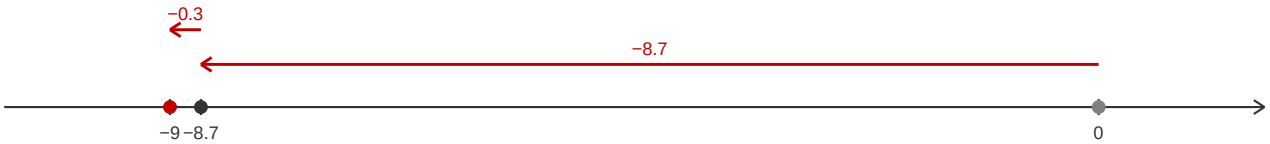
- **i) (+15.1) + (+10.1).**

Mismo signo (+): 15.1 + 10.1 = 25.2. **Respuesta: +25.2**



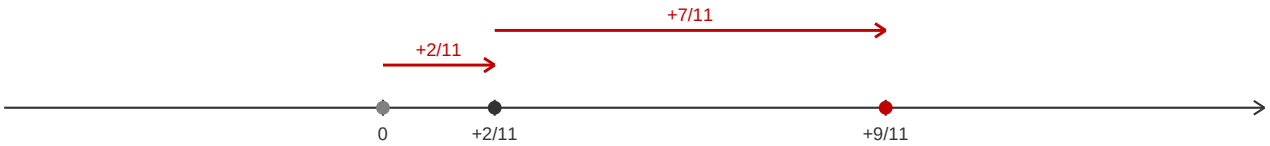
- **j) (−8.7) + (−0.3).**

Mismo signo (−): 8.7 + 0.3 = 9.0. **Respuesta: −9**



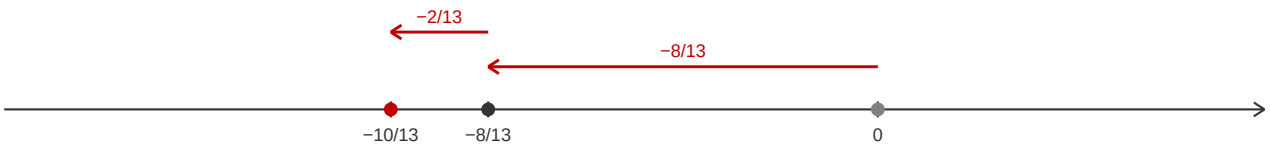
- **k) (+2/11) + (+7/11).**

Mismo signo (+) y mismo denominador: 2/11 + 7/11 = 9/11. **Respuesta: +9/11**



- **l) (−8/13) + (−2/13).**

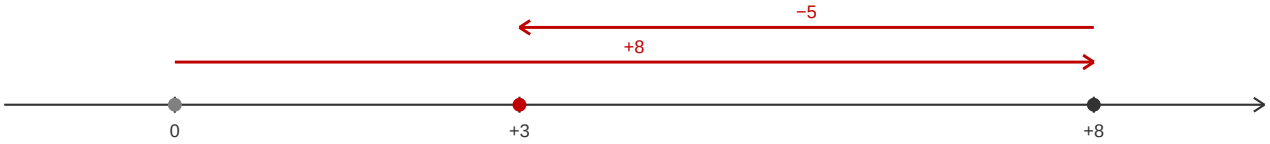
Mismo signo (−) y mismo denominador: 8/13 + 2/13 = 10/13. **Respuesta: −10/13**



Ejercicio 2. Realiza las siguientes sumas.

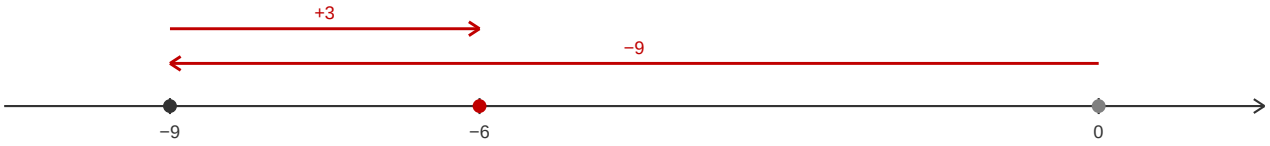
- **a) (+8) + (−5).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+8| = 8 (de +8), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 8 − 5 = 3. **Respuesta: +3**



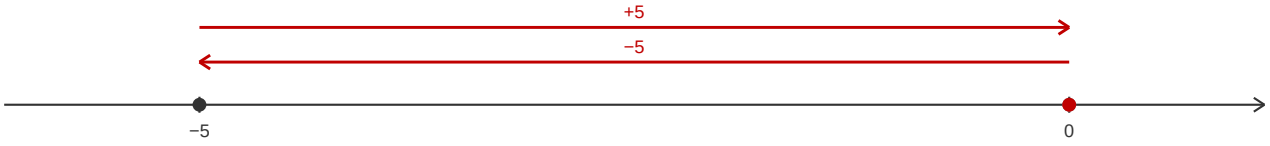
- **b) (−9) + (+3).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−9| = 9 (de −9), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 9 − 3 = 6. **Respuesta: −6**



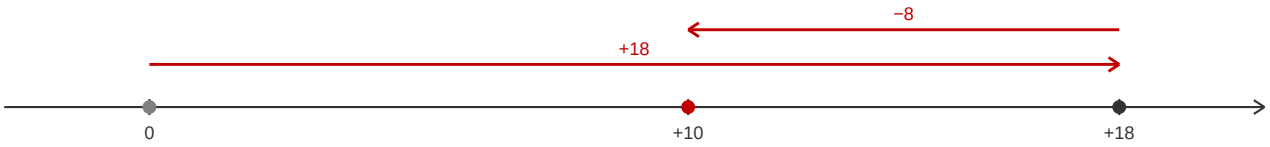
- **c) (−5) + (+5).**

Los sumandos son opuestos (igual valor absoluto, signos distintos): la suma es 0. **Respuesta: 0**



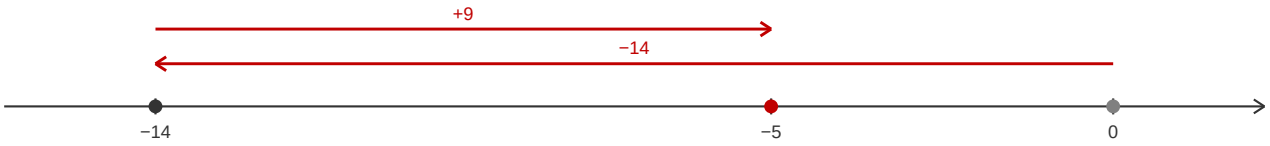
- **d) (+18) + (−8).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+18| = 18 (de +18), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 18 − 8 = 10. **Respuesta: +10**



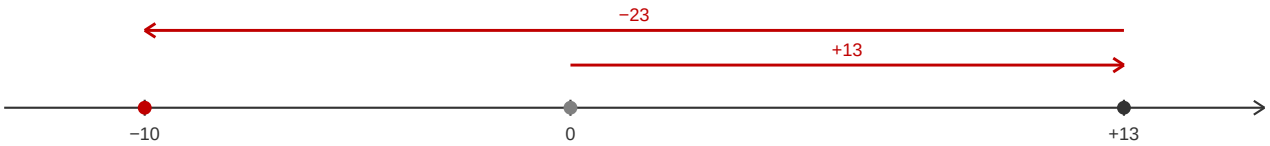
- **e) (−14) + (+9).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−14| = 14 (de −14), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 14 − 9 = 5. **Respuesta: −5**



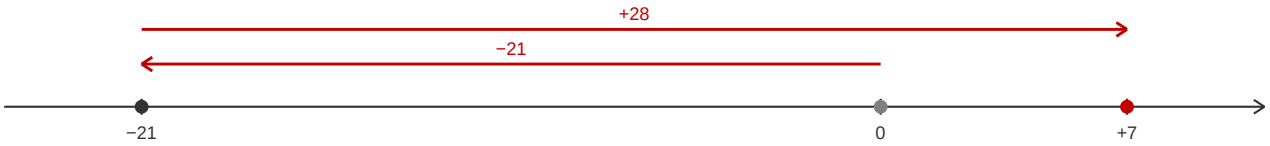
- **f) (+13) + (−23).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |−23| = 23 (de −23), así que el resultado lleva signo −; se restan los valores absolutos: 23 − 13 = 10. **Respuesta: −10**



- **g) (−21) + (+28).**

Diferente signo: el mayor valor absoluto es |+28| = 28 (de +28), así que el resultado lleva signo +; se restan los valores absolutos: 28 − 21 = 7. **Respuesta: +7**



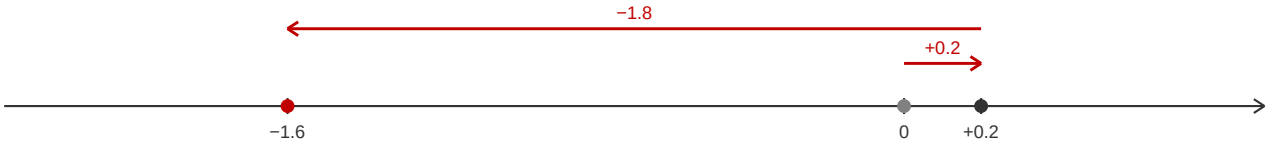
- **h) (−35) + (+35).**

Los sumandos son opuestos (igual valor absoluto, signos distintos): la suma es 0. **Respuesta: 0**



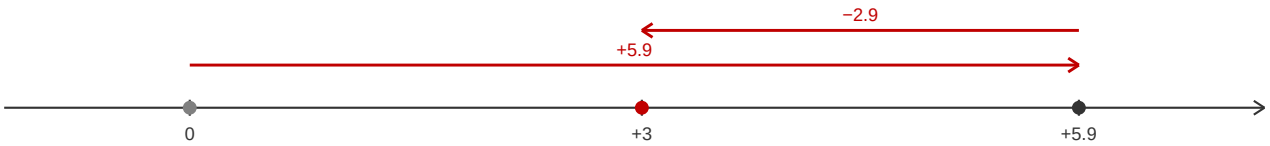
- **i) (0.2) + (−1.8).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 1.8 (negativo); 1.8 − 0.2 = 1.6. **Respuesta: −1.6**



- **j) (+5.9) + (−2.9).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 5.9 (positivo); 5.9 − 2.9 = 3.0. **Respuesta: +3**



- **k) (−4/5) + (+1/5).**

Diferente signo y mismo denominador: mayor valor absoluto 4/5 (negativo); 4/5 − 1/5 = 3/5. **Respuesta: −3/5**



- **l) (+2/5) + (−3/7).**

Diferente signo: mayor valor absoluto 3/7 (negativo). Con denominador común 35: 2/5 = 14/35 y 3/7 = 15/35; 15/35 − 14/35 = 1/35. **Respuesta: −1/35**



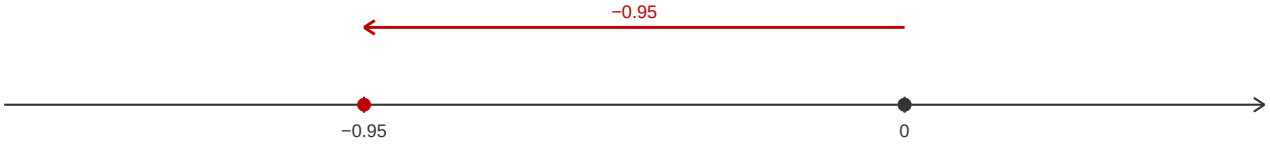
- **m) (−33) + 0.**

Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número. **Respuesta: −33**



- **n) 0 + (−0.95).**

Al sumar un número al 0, el resultado es el número. **Respuesta: −0.95**



- **o) (−2/3) + 0.**

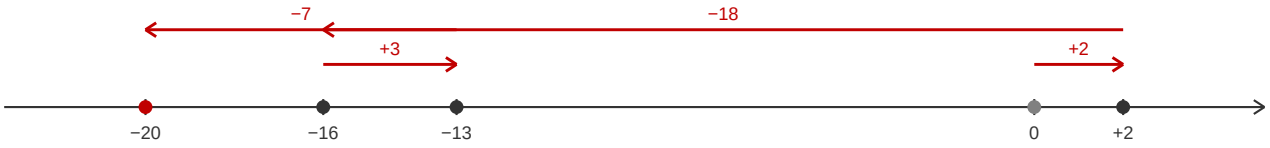
Al sumar 0 a un número, el resultado es el mismo número. **Respuesta: −2/3**



Ejercicio 3. Cambia el orden de los números aplicando la propiedad conmutativa y asociativa, luego realiza el cálculo.

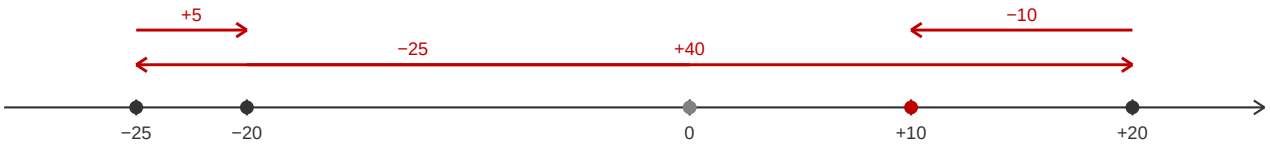
- **a) (+2) + (−18) + (+3) + (−7).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+2) + (+3) = +5; negativos: (−18) + (−7) = −25; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −20**



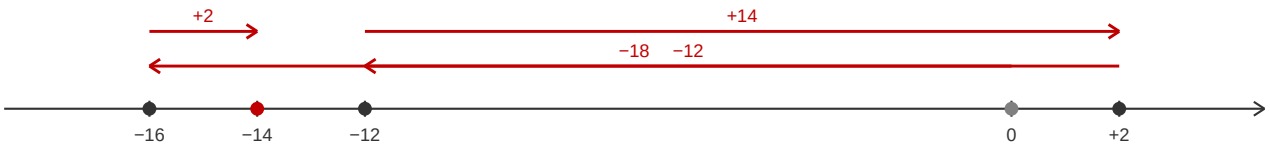
- **b) (−25) + (+5) + (+40) + (−10).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+5) + (+40) = +45; negativos: (−25) + (−10) = −35; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: +10**



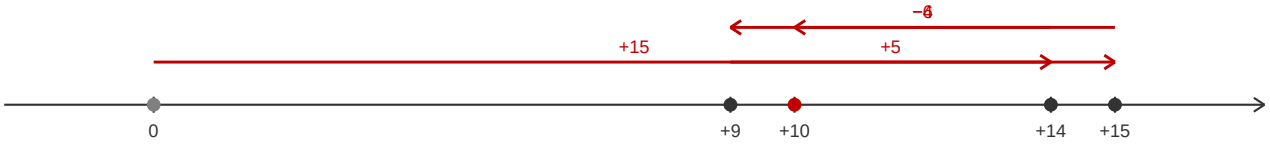
- **c) (−12) + (+14) + (−18) + (+2).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+14) + (+2) = +16; negativos: (−12) + (−18) = −30; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −14**



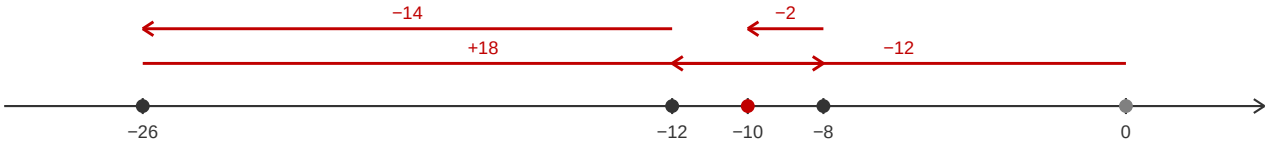
- **d) (+15) + (−6) + (+5) + (−4).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+15) + (+5) = +20; negativos: (−6) + (−4) = −10; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: +10**



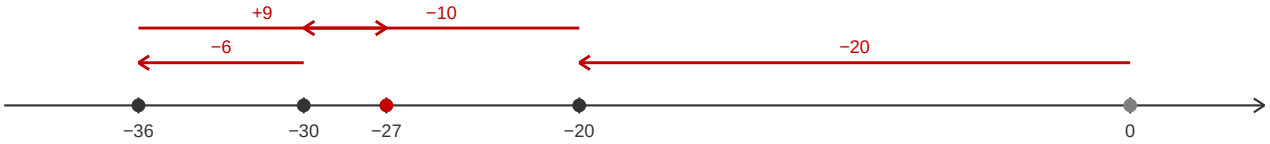
- **e) (−12) + (−14) + (+18) + (−2).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+18) = +18; negativos: (−12) + (−14) + (−2) = −28; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −10**



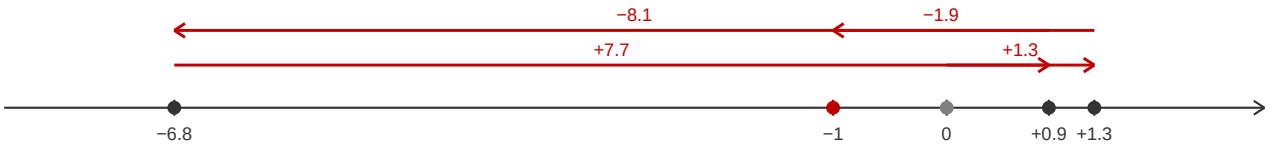
- **f) (−20) + (−10) + (−6) + (+9).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+9) = +9; negativos: (−20) + (−10) + (−6) = −36; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −27**



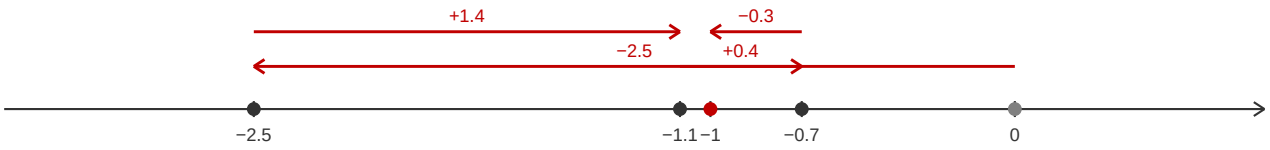
- **g) (+1.3) + (−8.1) + (+7.7) + (−1.9).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+1.3) + (+7.7) = +9.0; negativos: (−8.1) + (−1.9) = −10.0; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −1**



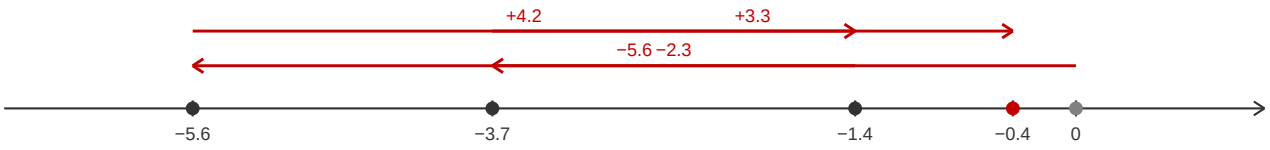
- **h) (−2.5) + (+1.4) + (+0.4) + (−0.3).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+1.4) + (+0.4) = +1.8; negativos: (−2.5) + (−0.3) = −2.8; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −1**



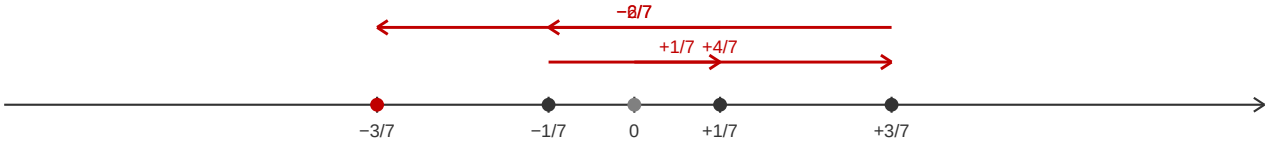
- **i) (−5.6) + (+4.2) + (−2.3) + (+3.3).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+4.2) + (+3.3) = +7.5; negativos: (−5.6) + (−2.3) = −7.9; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −0.4**



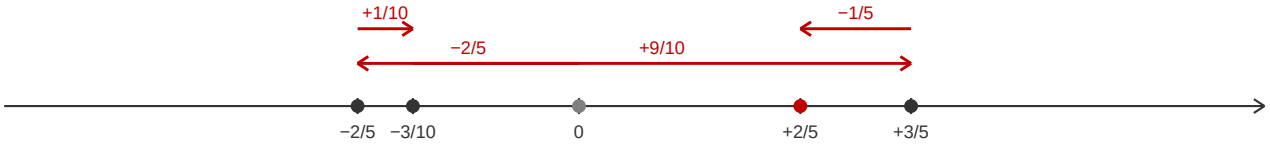
- **j) (+1/7) + (−2/7) + (+4/7) + (−6/7).**

Reordenando (conmutativa) y agrupando (asociativa) por signo: positivos: (+1/7) + (+4/7) = +5/7; negativos: (−2/7) + (−6/7) = −8/7; luego se suman ambos grupos. **Respuesta: −3/7**



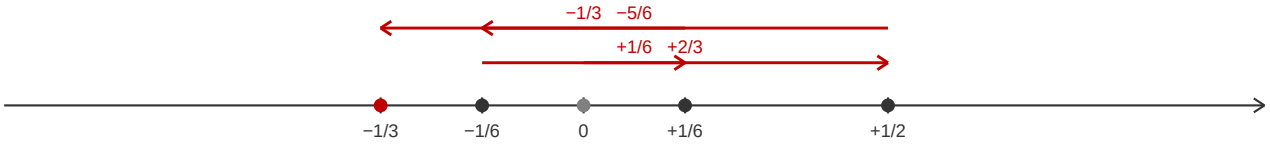
- **k) (−2/5) + (+1/10) + (+9/10) + (−1/5).**

Positivos: (+1/10) + (+9/10) = +1. Negativos con denominador común 10: (−2/5) + (−1/5) = −3/5. Luego: (+1) + (−3/5) = +2/5. **Respuesta: +2/5**



- **l) (+1/6) + (−1/3) + (+2/3) + (−5/6).**

Con denominador común 6: positivos: 1/6 + 4/6 = 5/6; negativos: −2/6 − 5/6 = −7/6. Luego: 5/6 − 7/6 = −2/6 = −1/3. **Respuesta: −1/3**



2.1 Resta de un número positivo o negativo

Llena el recuadro ☐ en cada literal:

a) Hay $5 de ahorro



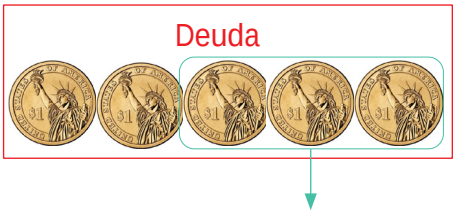


Al quitar $3 de ahorro resulta lo mismo que agregar $3 de deuda.

$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) =$ ☐



b) Hay $5 de deuda





Al quitar $3 de deuda resulta lo mismo que agregar $3 de ahorro.

$(-5) - (-3) =$ ☐ + ☐ = ☐



S

a) $(+5) - (+3) = (+5) + (-3) =$ +2

b) $(-5) - (-3) =$ (–5) + (+3) = –2

C

Restar un número es igual a sumar el opuesto del mismo número.

E

Realiza las siguientes restas:

a) $(-5) - (+3)$

b) $(+5) - (-3)$

Solución.

a) $(-5) - (+3) = (-5) + (-3)$
$= -8$

b) $(+5) - (-3) = (+5) + (+3)$
$= +8$

Realiza las siguientes restas:

a) $(-4) - (+2)$ = –6

b) $(+3) - (+7)$ = –4

c) $(+4) - (-2)$ = +6

d) $(-8) - (-5)$ = –3

e) $(+2.5) - (+5.1)$ = –2.6

f) $(-7.8) - (-11.3)$ = +3.5

g) $\left(+\frac{4}{5}\right) - \left(+\frac{1}{5}\right)$ = +3/5

h) $\left(+\frac{3}{7}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right)$ = +4/7

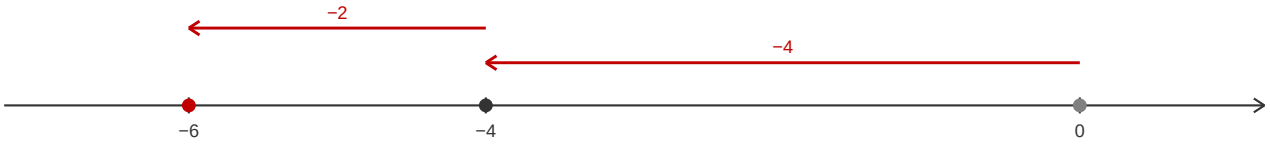
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Restar un número es igual a sumar el opuesto del mismo número (conclusión de la clase).

Realiza las siguientes restas.

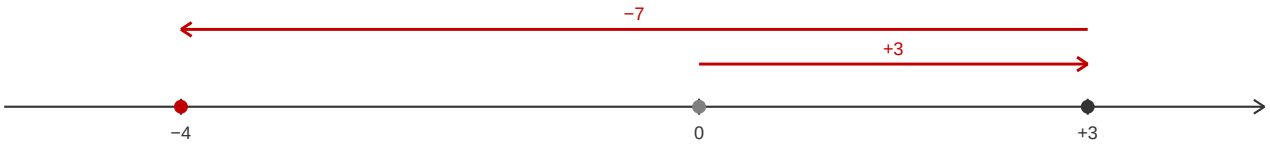
- **a) (−4) − (+2).**

Restar es sumar el opuesto: (−4) − (+2) = (−4) + (−2); mismo signo (−): 4 + 2 = 6. **Respuesta: −6**



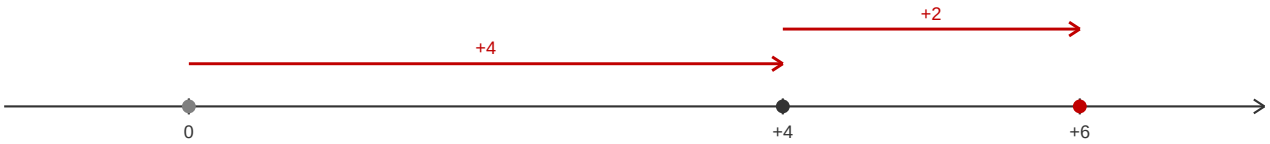
- **b) (+3) − (+7).**

Restar es sumar el opuesto: (+3) − (+7) = (+3) + (−7); diferente signo, mayor valor absoluto 7 (negativo): 7 − 3 = 4. **Respuesta: −4**



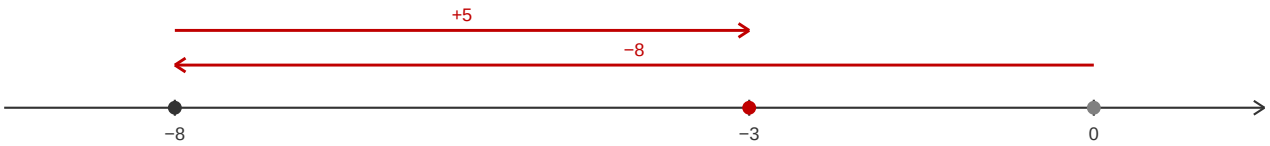
- **c) (+4) − (−2).**

Restar es sumar el opuesto: (+4) − (−2) = (+4) + (+2); mismo signo (+): 4 + 2 = 6. **Respuesta: +6**



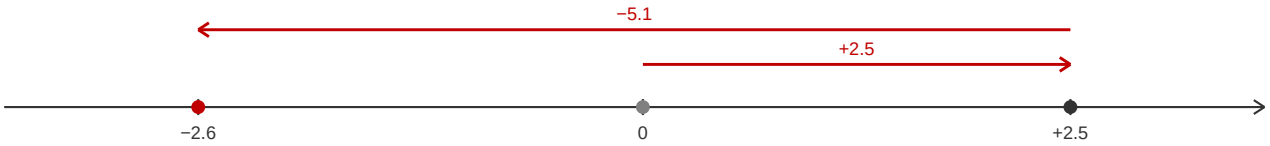
- **d) (−8) − (−5).**

Restar es sumar el opuesto: (−8) − (−5) = (−8) + (+5); diferente signo, mayor valor absoluto 8 (negativo): 8 − 5 = 3. **Respuesta: −3**



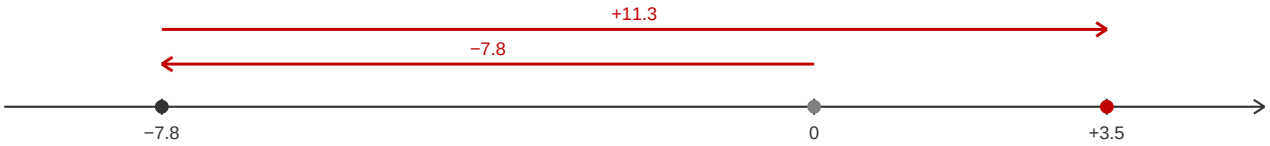
- **e) (+2.5) − (+5.1).**

Restar es sumar el opuesto: (+2.5) − (+5.1) = (+2.5) + (−5.1); diferente signo, mayor valor absoluto 5.1 (negativo): 5.1 − 2.5 = 2.6. **Respuesta: −2.6**



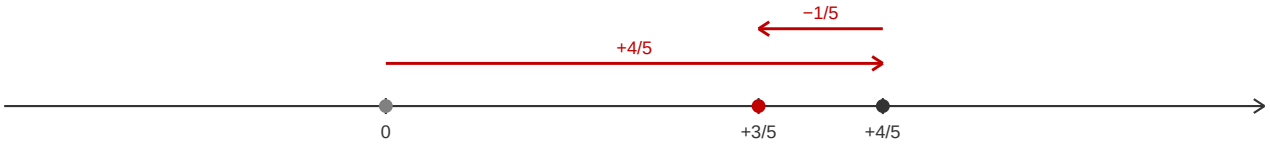
- **f) (−7.8) − (−11.3).**

Restar es sumar el opuesto: (−7.8) − (−11.3) = (−7.8) + (+11.3); diferente signo, mayor valor absoluto 11.3 (positivo): 11.3 − 7.8 = 3.5. **Respuesta: +3.5**



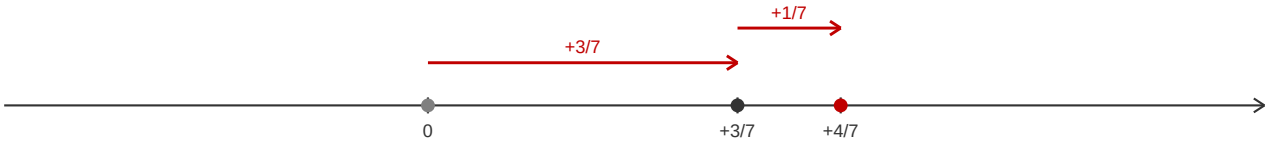
- **g) (+4/5) − (+1/5).**

Restar es sumar el opuesto: (+4/5) − (+1/5) = (+4/5) + (−1/5); mismo denominador: 4/5 − 1/5 = 3/5. **Respuesta: +3/5**



- **h) (+3/7) − (−1/7).**

Restar es sumar el opuesto: (+3/7) − (−1/7) = (+3/7) + (+1/7); mismo denominador: 3/7 + 1/7 = 4/7. **Respuesta: +4/7**



2.2 Restas que incluyen el cero

Realiza lo que se pide en cada literal:

a) Calcula la siguiente operación convirtiéndola en suma: 0 – (+4).

b) Analiza para llenar el recuadro ☐

(–4) – (+3) = –7
(–4) – (+2) = –6
(–4) – (+1) = –5
(–4) – 0 = ☐

a) 0 – (+4) = 0 + (–4)
= –4

b)
(–4) – (+3) = –7 → +1
(–4) – (+2) = –6 → +1
(–4) – (+1) = –5 → +1
(–4) – 0 = –4

En las restas que interviene el cero, se presentan 2 casos:

1. Si se resta un número del cero, la diferencia es el opuesto del sustraendo.
   Por ejemplo: 0 – (+4) = –4

2. Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo.
   Por ejemplo: (–4) – 0 = –4

Realiza las siguientes restas:

a) 0 – (–6) b) (–6) – 0

Solución.

a) 0 – (–6) = +6 b) (–6) – 0 = –6

Realiza las siguientes restas:

a) (+5) – 0 = +5 b) 0 – (+11) = –11 c) (+8) – 0 = +8 d) 0 – (+8) = –8 e) (–2) – 0 = –2 f) 0 – (–6) = +6

g) (–9) – 0 = –9 h) 0 – (–9) = +9 i) 0 – 0 = 0 j) (+5.4) – 0 = +5.4 k) (+3.45) – 0 = +3.45 l) 0 – (+8.36) = –8.36

m) (–9.12) – 0 = –9.12 n) 0 – (–15.75) = +15.75 o) $\left(+\frac{1}{2}\right) - 0$ = +1/2 p) $0 - \left(+\frac{5}{6}\right)$ = –5/6 q) $\left(-\frac{7}{11}\right) - 0$ = –7/11 r) $0 - \left(-\frac{5}{8}\right)$ = +1/8

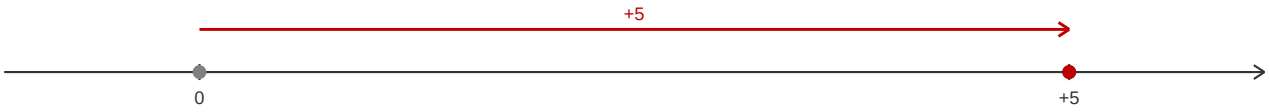
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: En las restas en las que interviene el cero: si se resta un número del cero, la diferencia es el opuesto del sustraendo; si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo (conclusión de la clase).

Realiza las siguientes restas.

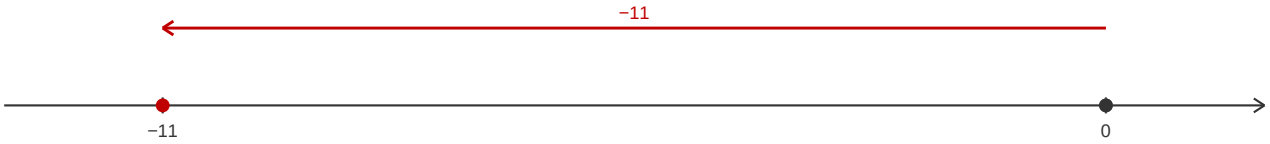
- **a) (+5) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +5**



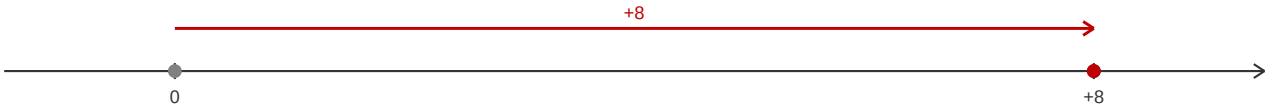
- **b) 0 − (+11).**

Si se resta un número del cero, la diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de +11 es −11. **Respuesta: −11**



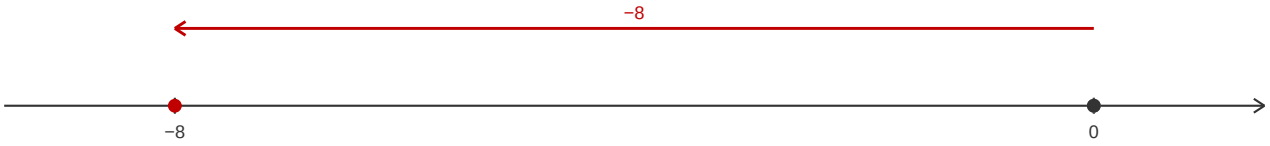
- **c) (+8) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +8**



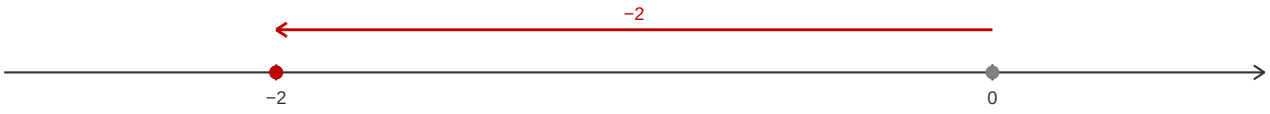
- **d) 0 − (+8).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de +8 es −8. **Respuesta: −8**



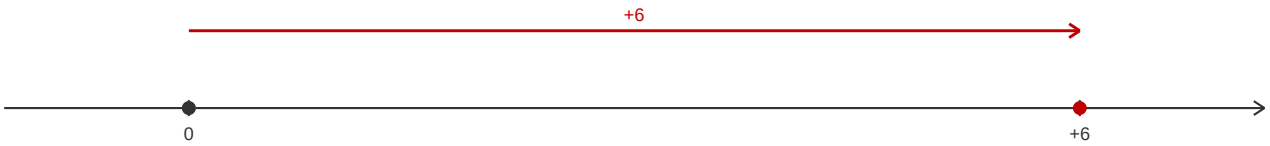
- **e) (−2) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: −2**



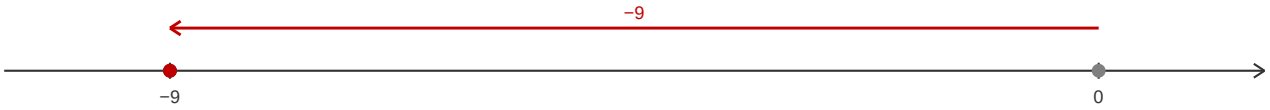
- **f) 0 − (−6).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de −6 es +6. **Respuesta: +6**



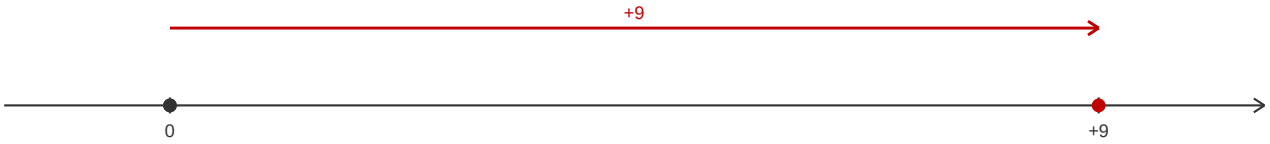
- **g) (−9) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: −9**



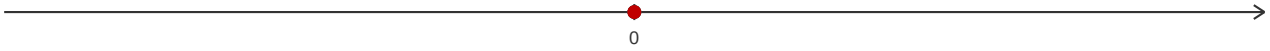
- **h) 0 − (−9).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de −9 es +9. **Respuesta: +9**



- **i) 0 − 0.**

Restar cero del cero da cero. **Respuesta: 0**



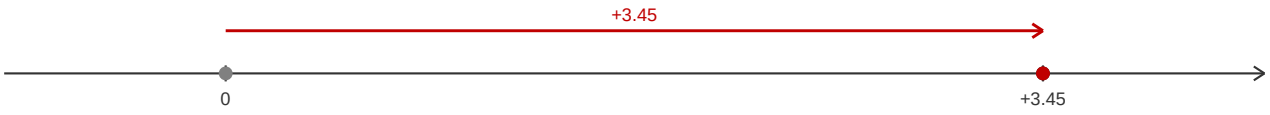
- **j) (+5.4) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +5.4**



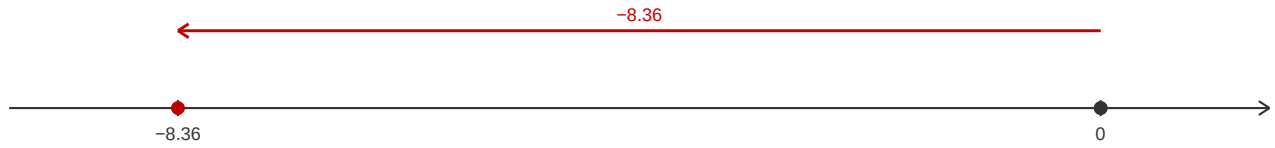
- **k) (+3.45) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +3.45**



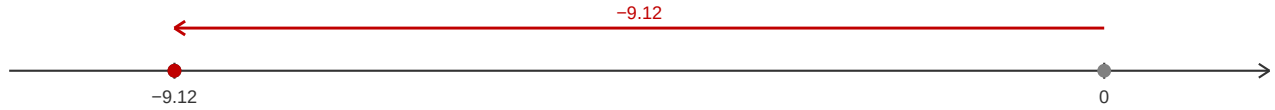
- **l) 0 − (+8.36).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de +8.36 es −8.36. **Respuesta: −8.36**



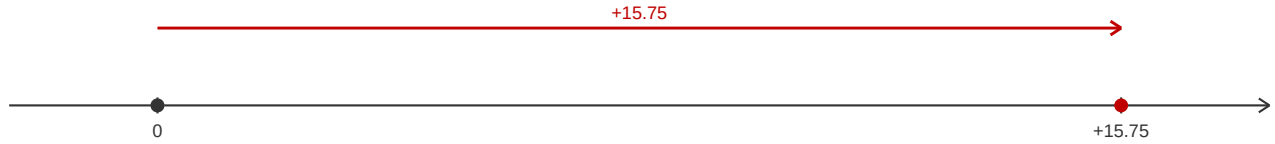
- **m) (−9.12) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: −9.12**



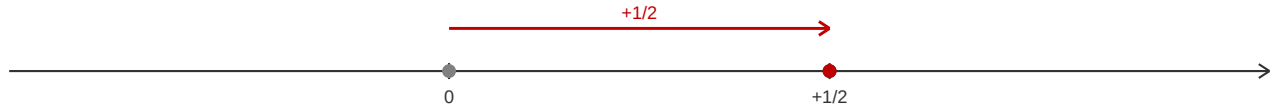
- **n) 0 − (−15.75).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de −15.75 es +15.75. **Respuesta: +15.75**



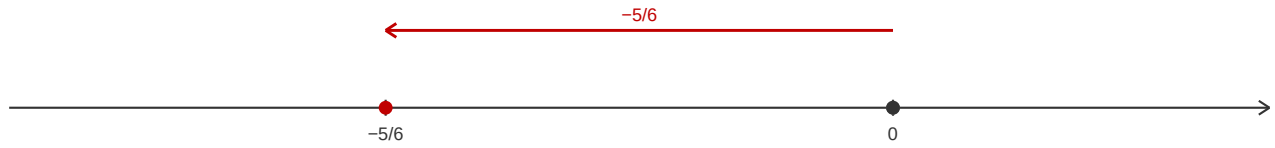
- **o) (+1/2) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +1/2**



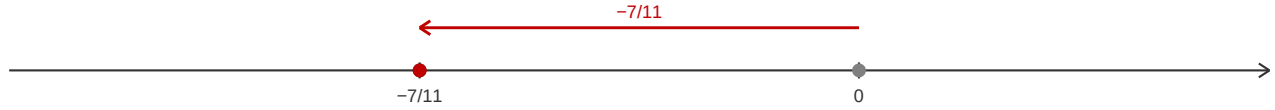
- **p) 0 − (+5/6).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de +5/6 es −5/6. **Respuesta: −5/6**



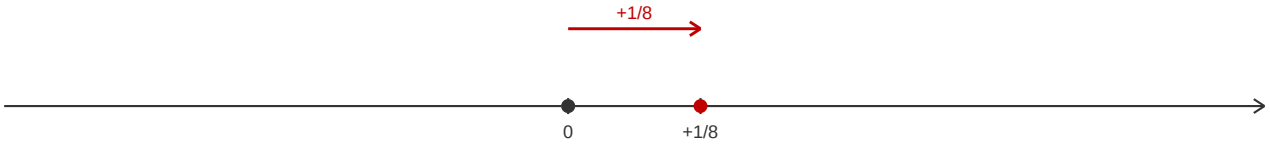
- **q) (−7/11) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: −7/11**



- **r) 0 − (−1/8).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: el opuesto de −1/8 es +1/8. **Respuesta: +1/8**



3.1 Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 1

P

Observa que la operación 4 – 8 se puede escribir como (+4) – (+8) y luego expresarse como una suma de números positivos y negativos (+4) + (–8).

Igualmente – 3 – 7 se puede escribir como (–3) – (+7) y luego expresarse como una suma de números positivos y negativos (–3) + (–7).

Ahora expresa como suma de números positivos y negativos la siguiente operación que combina sumas y restas de números positivos: 5 – 6 + 8 – 4.

La resta de un número positivo o negativo se puede convertir en la suma del número con el signo opuesto.

S

5 – 6 + 8 – 4 = (+5) – (+6) + (+8) – (+4)
= (+5) + (–6) + (+8) + (–4)

De modo que
5 – 6 + 8 – 4 = (+5) + (–6) + (+8) + (–4).

C

En general, las operaciones que combinan suma y resta de números positivos y negativos, omitiendo los paréntesis de los números que intervienen en la operación, se pueden expresar como una suma de números positivos y negativos.

Así la expresión: 5 – 6 + 8 – 4 ... ①
se puede expresar como: (+5) + (–6) + (+8) + (–4) ... ②

En la operación 5 – 6 + 8 – 4 los números +5, –6, +8 y – 4 se les llama **términos**.

Se debe observar que en ① se omiten los paréntesis y los signos + que denotan la adición en ②, y también que en el primer término cuando es positivo no se escribe el signo. A la acción de omitir la escritura de los paréntesis comúnmente se le llama **suprimir los paréntesis,** y se puede hacer siempre y cuando sea un signo + el que antecede a los paréntesis, en caso contrario debe cambiarse la resta a suma, según la regla trabajada en las 2 clases anteriores.

E

Representa las siguientes operaciones en la forma ① e identifica los términos.

a) (–2) + (+8) + (–1) b) (–4) – (+10) + (–2) c) (–3) – (–2) + 8

Solución.

a) (–2) + (+8) + (–1) = – 2 + 8 – 1
Términos: –2, +8, –1

b) (–4) – (+10) + (–2) = (–4) + (–10) + (–2)
= – 4 – 10 – 2
Términos: –4, –10, –2

c) (–3) – (–2) + 8 = (–3) + (+2) + 8
= – 3 + 2 + 8
Términos: –3, +2, +8

Representa las siguientes operaciones en la forma ① e identifica los términos.

a) (+1) + (–2) + (+3) **= 1 – 2 + 3**

b) (–1) + (–2) + (–3) **= –1 – 2 – 3**

c) (+2) – (+5) + (–4) **= 2 – 5 – 4**

d) (–1) – (+5) + (–2) – (–2)
= –1 – 5 – 2 + 2

e) (–2.1) – (+3.4) + (–2) – (–1.5)
= –2.1 – 3.4 – 2 + 1.5

f) $\left(+\frac{1}{11}\right)+\left(-\frac{4}{11}\right)-\left(+\frac{6}{11}\right)-\left(-\frac{2}{11}\right)$
= 1/11 – 4/11 – 6/11 + 2/11

Criterio: Toda operación que combina sumas y restas se puede expresar como una suma de números positivos y negativos (forma 2) y, suprimiendo los paréntesis, en la forma 1. Los sumandos de esa expresión se llaman términos (conclusión de la clase). No se pide calcular el resultado, solo representar en la forma 1 e identificar los términos.

Representa las siguientes operaciones en la forma 1 e identifica los términos.

- **a) (+1) + (−2) + (+3).**

Ya está expresada solo con sumas; al suprimir los paréntesis se conservan los signos de cada término. **Respuesta: 1 − 2 + 3. Términos: +1, −2, +3.**

- **b) (−1) + (−2) + (−3).**

Solo contiene sumas; se suprimen los paréntesis conservando los signos. **Respuesta: −1 − 2 − 3. Términos: −1, −2, −3.**

- **c) (+2) − (+5) + (−4).**

La resta de (+5) se convierte en el término −5; el sumando (−4) da el término −4. **Respuesta: 2 − 5 − 4. Términos: +2, −5, −4.**

- **d) (−1) − (+5) + (−2) − (−2).**

Restar (+5) da el término −5; sumar (−2) da −2; restar (−2) da el término +2. **Respuesta: −1 − 5 − 2 + 2. Términos: −1, −5, −2, +2.**

- **e) (−2.1) − (+3.4) + (−2) − (−1.5).**

Restar (+3.4) da −3.4; sumar (−2) da −2; restar (−1.5) da +1.5. **Respuesta: −2.1 − 3.4 − 2 + 1.5. Términos: −2.1, −3.4, −2, +1.5.**

- **f) (+1/11) + (−4/11) − (+6/11) − (−2/11).**

Sumar (−4/11) da −4/11; restar (+6/11) da −6/11; restar (−2/11) da +2/11. **Respuesta: 1/11 − 4/11 − 6/11 + 2/11. Términos: +1/11, −4/11, −6/11, +2/11.**

3.2 Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 2

P

Realiza la siguiente operación sin utilizar la forma ② de la clase anterior.

$9 - 6 + 7 - 8$

Recuerda la propiedad que aplicabas para realizar las sumas de números positivos y negativos. Solo como orientación ten en cuenta que:
$9 - 6 + 7 - 8 = (+9) + (-6) + (+7) + (-8)$.

S

$9 - 6 + 7 - 8 = 9 + 7 - 6 - 8$
$= 16 - 14$
$= 2$

Cuando se realiza una operación combinada expresada en la forma ① se omite el signo + del resultado cuando sea positivo.

C

Para realizar una operación que combina suma y resta de números positivos y negativos sin paréntesis en los términos, se aplican las propiedades conmutativa y asociativa de la suma; se asocian los números que se están sumando ◯, y los que se están restando ⬭; luego, se realizan los cálculos.

$$9 - 6 + 7 - 8 = 9 + 7 - 6 - 8$$
$$= 16 - 14$$
$$= 2$$

E

Realiza la siguiente operación:

$11 - 12 - 10 + 13$

Procura que los signos (=) queden en columna.

$11 - 12 - 10 + 13 = 11 + 13 - 12 - 10$
$= 24 - 22$
$= 2$

Solución.

$11 - 12 - 10 + 13 = 11 + 13 - 12 - 10$
$= 24 - 22$
$= 2$

Realiza las siguientes operaciones:

a) $-2 + 8 + 6 - 3$ **= +9**

b) $-3 + 16 - 7 + 4$ **= +10**

c) $-5 + 2 - 5 - 6$ **= −14**

d) $4 + 5 - 8 + 3$ **= +4**

e) $-7 - 1 + 6 - 2$ **= −4**

f) $-1 + 9 - 2 - 6$ **= 0**

g) $6 - 5 + 3 - 1 + 10$ **= +13**

h) $2.8 - 1.2 + 3.1 - 2.6$ **= +2.1**

i) $-\frac{1}{11} - \frac{4}{11} + \frac{6}{11} + \frac{2}{11}$ **= +3/11**

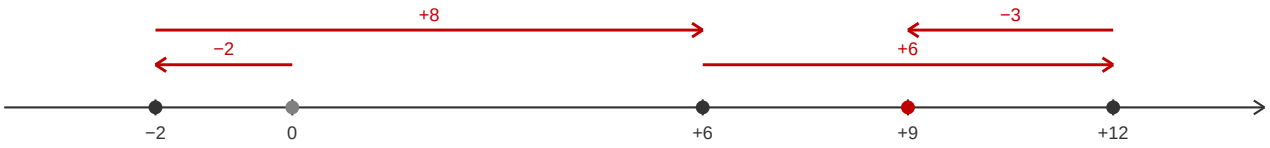
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Para realizar una operación combinada en la forma 1 se asocian los términos que se están sumando y los que se están restando, y luego se realizan los cálculos (conclusión de la clase). En el resultado positivo se omite el signo +.

Realiza las siguientes operaciones.

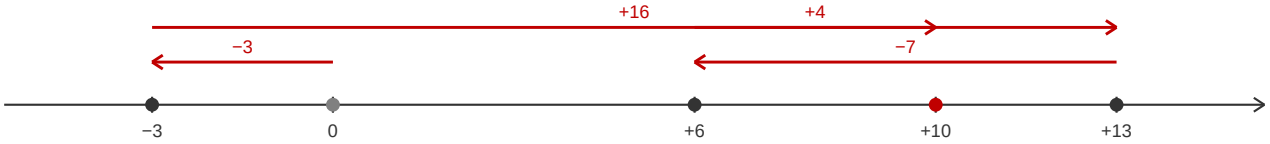
- **a) −2 + 8 + 6 − 3.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 8 + 6 = 14; restan: 2 + 3 = 5 → 14 − 5; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: +9**



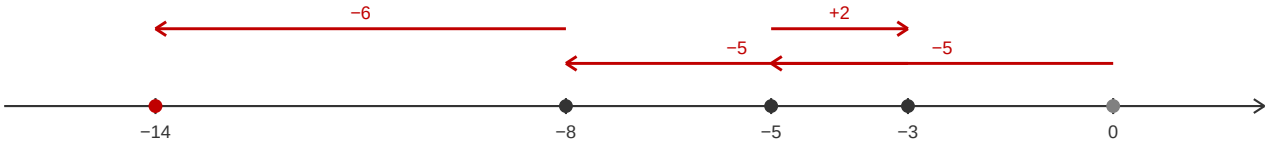
- **b) −3 + 16 − 7 + 4.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 16 + 4 = 20; restan: 3 + 7 = 10 → 20 − 10; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: +10**



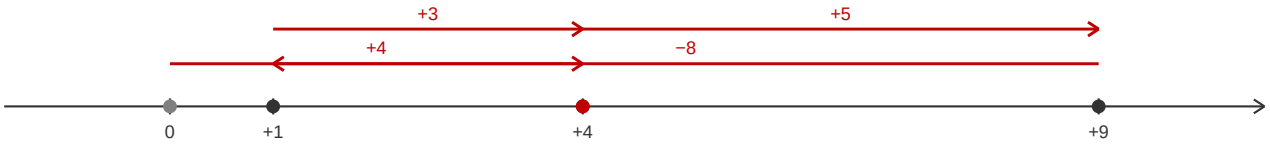
- **c) −5 + 2 − 5 − 6.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 2 = 2; restan: 5 + 5 + 6 = 16 → 2 − 16; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: −14**



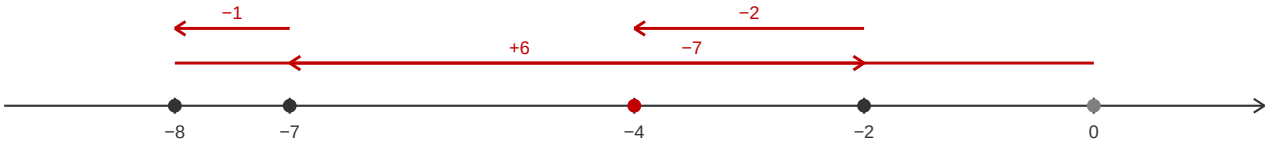
- **d) 4 + 5 − 8 + 3.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 4 + 5 + 3 = 12; restan: 8 → 12 − 8; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: +4**



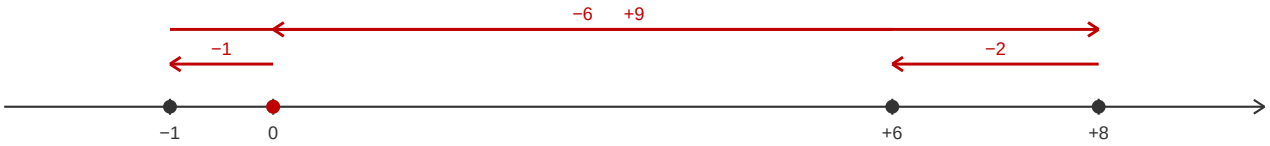
- **e) −7 − 1 + 6 − 2.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 6 = 6; restan: 7 + 1 + 2 = 10 → 6 − 10; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: −4**



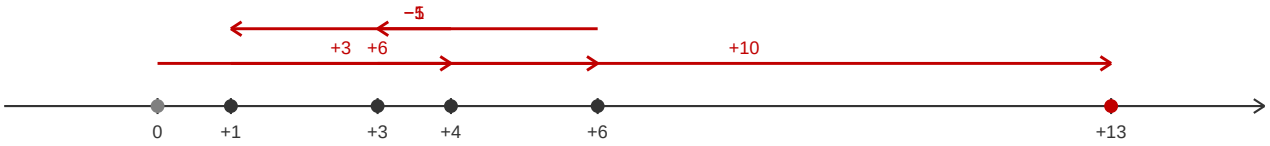
- **f) −1 + 9 − 2 − 6.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 9 = 9; restan: 1 + 2 + 6 = 9 → 9 − 9; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: 0**



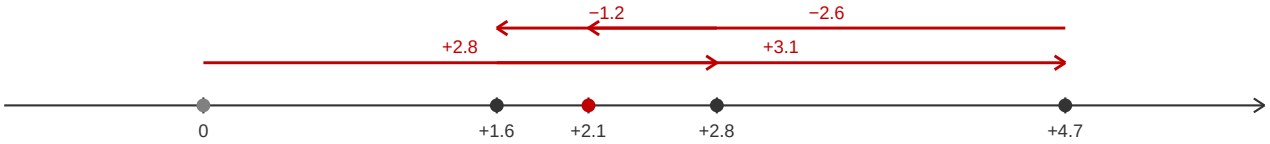
- **g) 6 − 5 + 3 − 1 + 10.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 6 + 3 + 10 = 19; restan: 5 + 1 = 6 → 19 − 6; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: +13**



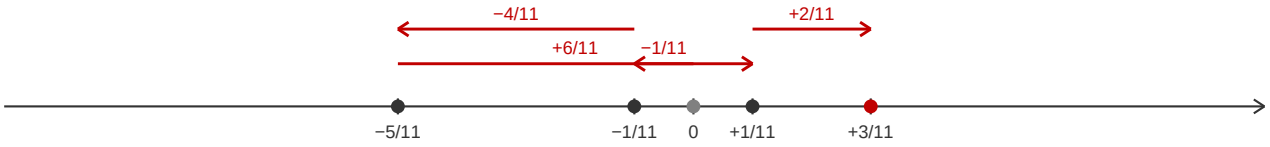
- **h) 2.8 − 1.2 + 3.1 − 2.6.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 2.8 + 3.1 = 5.9; restan: 1.2 + 2.6 = 3.8 → 5.9 − 3.8; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: +2.1**



- **i) −1/11 − 4/11 + 6/11 + 2/11.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 6/11 + 2/11 = 8/11; restan: 1/11 + 4/11 = 5/11 → 8/11 − 5/11; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: +3/11**



3.3 Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 3

P

Realiza la siguiente operación:

$5 - 8 + (-4) - (-3)$

S

$$\begin{aligned} 5 - 8 + (-4) - (-3) &= 5 - 8 + (-4) + (+3) \\ &= 5 - 8 - 4 + 3 \\ &= 5 - 8 + 3 - 4 \\ &= 5 + 3 - 8 - 4 \\ &= 8 - 12 \\ &= -4 \end{aligned}$$

C

Cuando hay paréntesis en la operación, primero se deben suprimir los paréntesis y luego realizar los cálculos. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 5 - 8 + (-4) - (-3) &= 5 - 8 + (-4) + (+3) \\ &= 5 - 8 - 4 + 3 \\ &= 5 - 8 + 3 - 4 \\ &= 5 + 3 - 8 - 4 \\ &= 8 - 12 \\ &= -4. \end{aligned}$$

convirtiendo la resta en la suma del número opuesto de –3,
suprimiendo los paréntesis,
propiedad conmutativa y luego asociativa,

E

Realiza las siguientes sumas y restas combinadas.

$$-8 - (-6) + (-5) - 10$$

Solución.

$$\begin{aligned} -8 - (-6) + (-5) - 10 &= -8 + (+6) + (-5) - 10 \\ &= -8 + 6 - 5 - 10 \\ &= 6 - 8 - 5 - 10 \\ &= 6 - 23 \\ &= -17 \end{aligned}$$

Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas, suprimiendo los paréntesis.

a) $8 + (-2) - (-4)$ **= +10**

b) $3 + (-4) - (-2)$ **= +1**

c) $-2 - 4 - (-3)$ **= –3**

d) $-5 - (-6) - (-4)$ **= +5**

e) $-2 - (-4) + (-5) + 1$ **= –2**

f) $5 - 2 - (-3) - 6$ **= 0**

g) $4 - 5 + (-5) - (-1)$ **= –5**

h) $-8 - (-6) - (-4) - 1$ **= +1**

i) $-12 + (-4) - 9 + 0$ **= –25**

j) $2.4 - 2.8 + 0.3 - 1.1$ **= –1.2**

k) $2.3 + (-0.7) - (-0.5)$ **= +2.1**

l) $\frac{5}{3} - \left(-\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{12}$ **= +53/12**

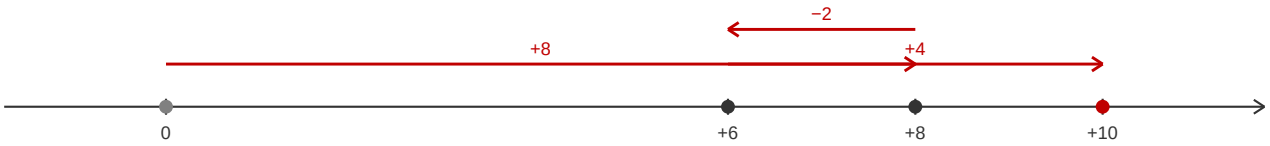
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Cuando hay paréntesis en la operación, primero se deben suprimir los paréntesis y luego realizar los cálculos (conclusión de la clase).

Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas, suprimiendo los paréntesis.

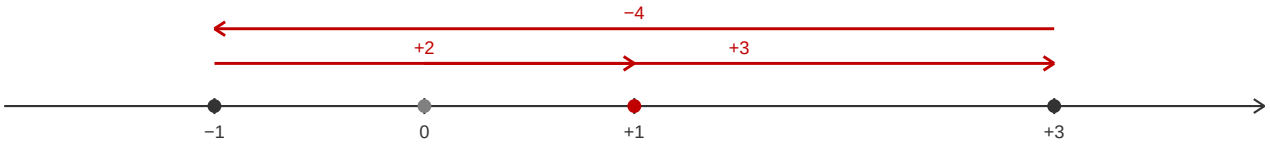
- **a) 8 + (−2) − (−4).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 8 − 2 + 4. Se asocian: suman 8 + 4 = 12; restan 2 → 12 − 2. **Respuesta: +10**



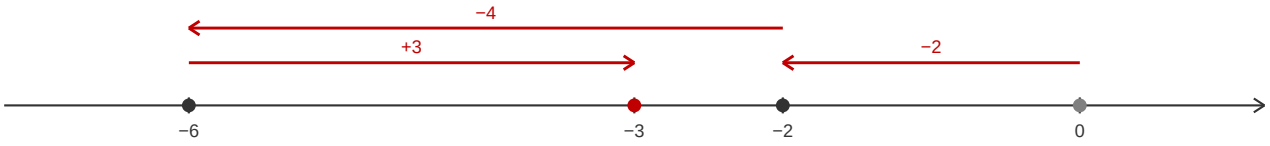
- **b) 3 + (−4) − (−2).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 3 − 4 + 2. Se asocian: suman 3 + 2 = 5; restan 4 → 5 − 4. **Respuesta: +1**



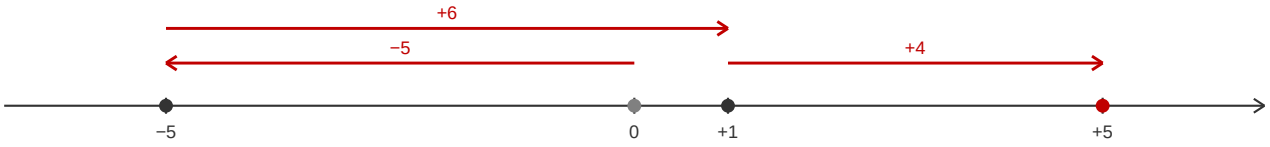
- **c) −2 − 4 − (−3).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): −2 − 4 + 3. Se asocian: suman 3 = 3; restan 2 + 4 = 6 → 3 − 6. **Respuesta: −3**



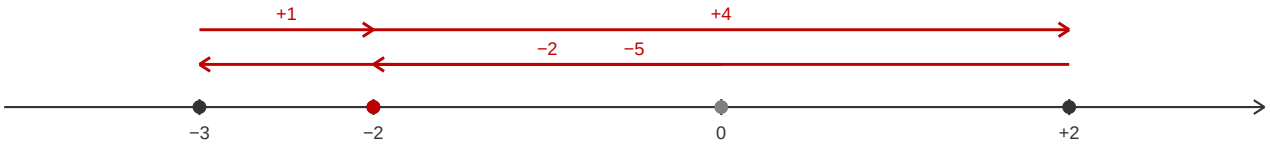
- **d) −5 − (−6) − (−4).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): −5 + 6 + 4. Se asocian: suman 6 + 4 = 10; restan 5 → 10 − 5. **Respuesta: +5**



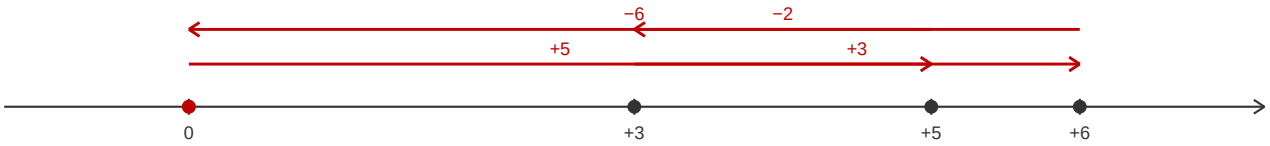
- **e) −2 − (−4) + (−5) + 1.**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): −2 + 4 − 5 + 1. Se asocian: suman 4 + 1 = 5; restan 2 + 5 = 7 → 5 − 7. **Respuesta: −2**



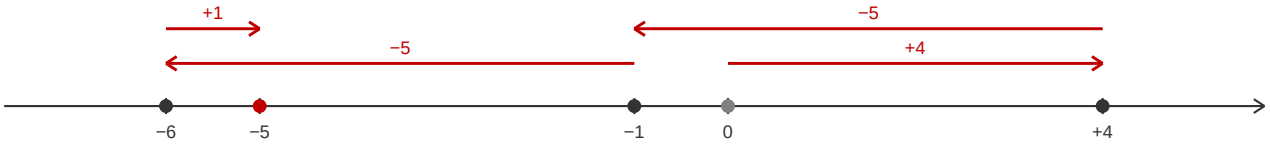
- **f) 5 − 2 − (−3) − 6.**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 5 − 2 + 3 − 6. Se asocian: suman 5 + 3 = 8; restan 2 + 6 = 8 → 8 − 8. **Respuesta: 0**



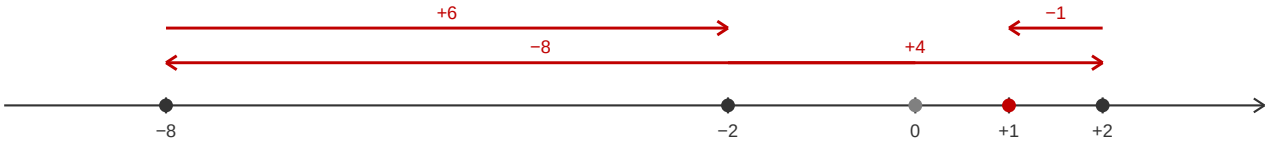
- **g) 4 − 5 + (−5) − (−1).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 4 − 5 − 5 + 1. Se asocian: suman 4 + 1 = 5; restan 5 + 5 = 10 → 5 − 10. **Respuesta: −5**



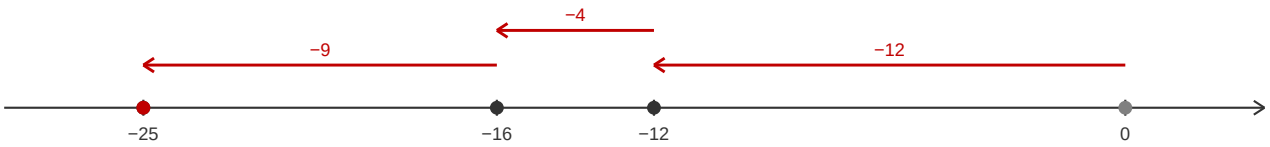
- **h) −8 − (−6) − (−4) − 1.**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): −8 + 6 + 4 − 1. Se asocian: suman 6 + 4 = 10; restan 8 + 1 = 9 → 10 − 9. **Respuesta: +1**



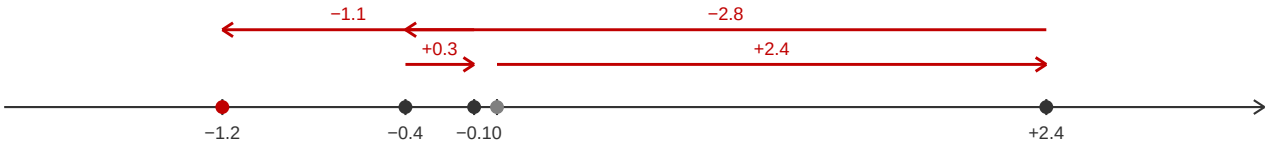
- **i) −12 + (−4) − 9 + 0.**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): −12 − 4 − 9 + 0. Se asocian: suman 0 = 0; restan 12 + 4 + 9 = 25 → 0 − 25. **Respuesta: −25**



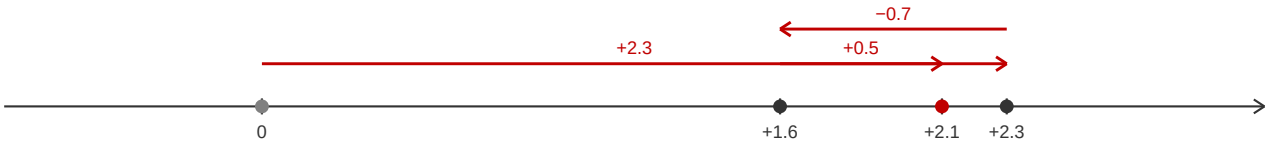
- **j) 2.4 − 2.8 + 0.3 − 1.1.**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 2.4 − 2.8 + 0.3 − 1.1. Se asocian: suman 2.4 + 0.3 = 2.7; restan 2.8 + 1.1 = 3.9 → 2.7 − 3.9. **Respuesta: −1.2**



- **k) 2.3 + (−0.7) − (−0.5).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 2.3 − 0.7 + 0.5. Se asocian: suman 2.3 + 0.5 = 2.8; restan 0.7 → 2.8 − 0.7. **Respuesta: +2.1**



- **l) 5/3 − (−8/3) + 1/12.**

Se suprimen los paréntesis: 5/3 + 8/3 + 1/12. Se suman los tercios: 5/3 + 8/3 = 13/3. Con denominador común 12: 13/3 = 52/12; 52/12 + 1/12 = 53/12. **Respuesta: +53/12**



3.4 Practica lo aprendido

1. Realiza las siguientes restas:

a) (+8) – (+4) = +4 b) (+7) – (+10) = −3 c) (−8) – (+7) = −15 d) (+1.4) – (+2.5) = −1.1 e) $\left(-\frac{7}{9}\right) - \left(+\frac{2}{9}\right)$ = −1

f) (+3) – (−2) = +5 g) (−1) – (−11) = +10 h) (−12) – (−4) = −8 i) (−13.2) – (−3.1) = −10.1 j) $\left(-\frac{2}{11}\right) - \left(-\frac{1}{5}\right)$ = +1/55

2. Realiza las siguientes restas:

a) (+20) – 0 = +20 b) 0 – (+22) = −22 c) (−16) – 0 = −16 d) 0 – (−17) = +17 e) (7.8) – 0 = +7.8 f) $0 - \left(-\frac{3}{25}\right)$ = +3/25

3. Plantea solo como suma las siguientes sumas y restas combinadas y escribe cuáles son los términos.

a) (+20) + (−8) + (+1)
= (+20) + (−8) + (+1)
Términos: +20, −8, +1.

b) (+17) + (−9) – (+11)
= (+17) + (−9) + (−11)
Términos: +17, −9, −11.

c) (+3.2) – (+0.4) – (−3.6)
= (+3.2) + (−0.4) + (+3.6)
Términos: +3.2, −0.4, +3.6.

d) $\left(+\frac{8}{7}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{10}{13}\right)$
= (+8/7) + (−2/3) + (−4/5) + (+10/13)
Términos: +8/7, −2/3, −4/5, +10/13.

4. Plantea las siguientes sumas y restas combinadas solo como suma y calcula.

a) (−2) – (−6) – (−4) – (+5)
= (−2) + (+6) + (+4) + (−5) = +3

b) (−6) + (+3) – (+6) + (−7)
= (−6) + (+3) + (−6) + (−7) = −16

c) (+3.4) + (−0.2) – (−5.2) – (+1.4)
= (+3.4) + (−0.2) + (+5.2) + (−1.4) = +7

d) $\left(+\frac{2}{13}\right) - \left(+\frac{3}{13}\right) - \left(-\frac{5}{13}\right) - \left(-\frac{1}{13}\right)$
= (+2/13) + (−3/13) + (+5/13) + (+1/13) = +5/13

5. Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas.

a) −6 + 5 – 10 = −11 b) 3.7 – 3.4 + 0.3 – 4.6 = −4 c) $\frac{1}{6} - \frac{8}{15} + \frac{7}{6} - \frac{2}{15}$ = +2/3

6. Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas suprimiendo los paréntesis.

a) 5 + (−8) – (−7) = +4 b) −27 – (−18) – 4 + 0 = −13

c) 2.3 + (−0.7) – (−0.5) – (+0.1) = +2 d) $\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$ = +3/4

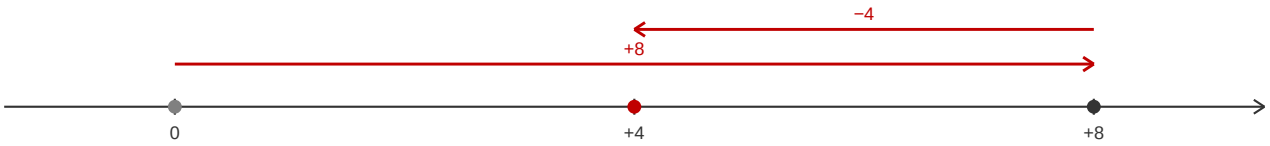
En las rectas de desplazamiento: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son las sumas parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja está rotulada con el término que se suma o se resta.

Criterio: Práctica de las clases 2.1 a 3.3: restas, restas con cero, planteamiento solo como suma con sus términos, y operaciones combinadas con y sin paréntesis.

Ejercicio 1. Realiza las siguientes restas.

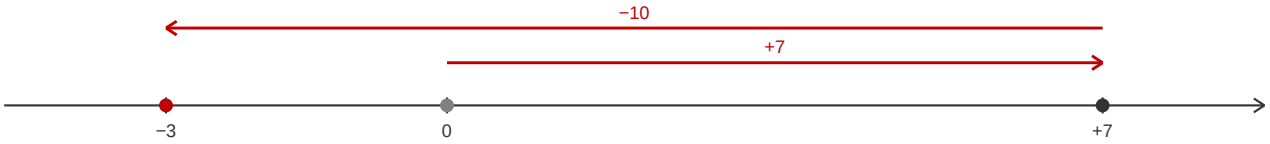
- **a) (+8) − (+4).**

Restar es sumar el opuesto: (+8) + (−4); diferente signo, mayor valor absoluto 8 (positivo): 8 − 4 = 4. **Respuesta: +4**



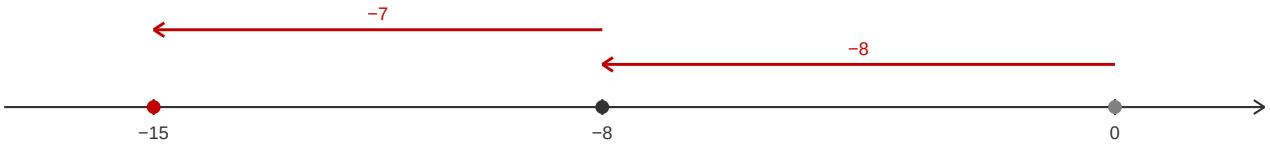
- **b) (+7) − (+10).**

Restar es sumar el opuesto: (+7) + (−10); mayor valor absoluto 10 (negativo): 10 − 7 = 3. **Respuesta: −3**



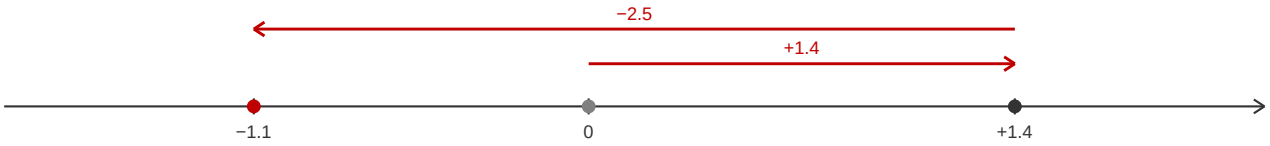
- **c) (−8) − (+7).**

Restar es sumar el opuesto: (−8) + (−7); mismo signo (−): 8 + 7 = 15. **Respuesta: −15**



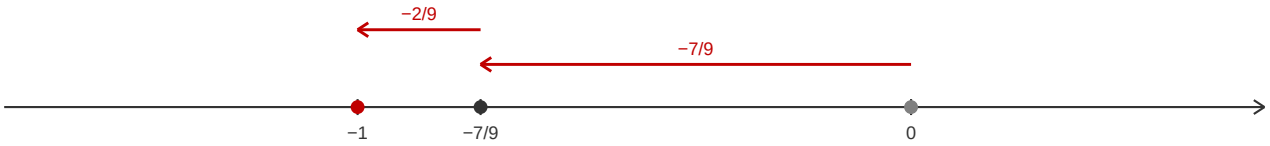
- **d) (+1.4) − (+2.5).**

Restar es sumar el opuesto: (+1.4) + (−2.5); mayor valor absoluto 2.5 (negativo): 2.5 − 1.4 = 1.1. **Respuesta: −1.1**



- **e) (−7/9) − (+2/9).**

Restar es sumar el opuesto: (−7/9) + (−2/9); mismo signo y denominador: 7/9 + 2/9 = 9/9 = 1. **Respuesta: −1**



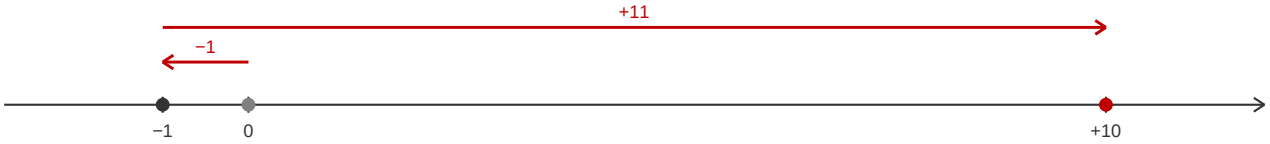
- **f) (+3) − (−2).**

Restar es sumar el opuesto: (+3) + (+2) = 5. **Respuesta: +5**



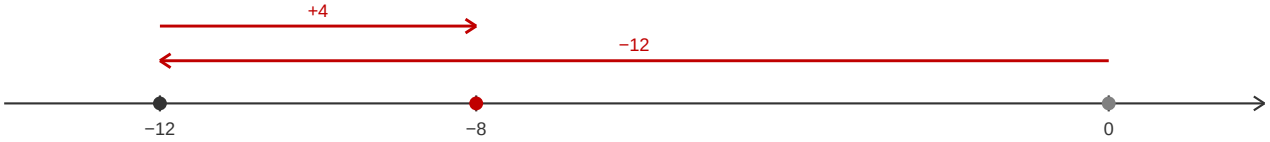
- **g) (−1) − (−11).**

Restar es sumar el opuesto: (−1) + (+11); mayor valor absoluto 11 (positivo): 11 − 1 = 10. **Respuesta: +10**



- **h) (−12) − (−4).**

Restar es sumar el opuesto: (−12) + (+4); mayor valor absoluto 12 (negativo): 12 − 4 = 8. **Respuesta: −8**



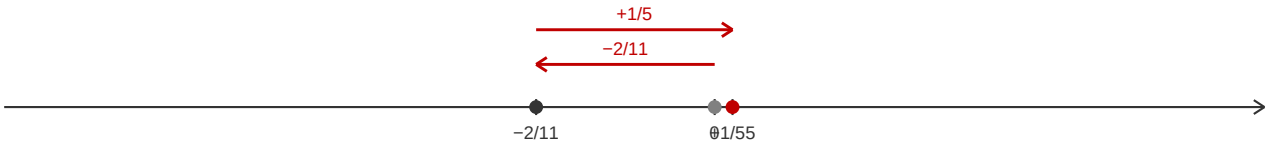
- **i) (−13.2) − (−3.1).**

Restar es sumar el opuesto: (−13.2) + (+3.1); mayor valor absoluto 13.2 (negativo): 13.2 − 3.1 = 10.1. **Respuesta: −10.1**



- **j) (−2/11) − (−1/5).**

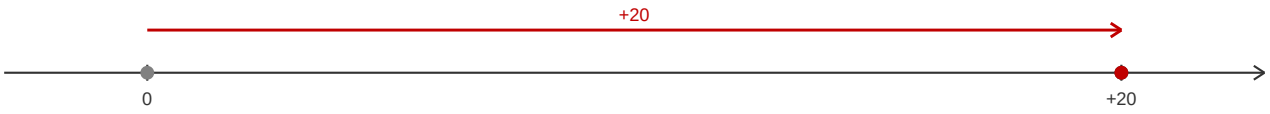
Restar es sumar el opuesto: (−2/11) + (+1/5). Con denominador común 55: −2/11 = −10/55 y 1/5 = 11/55; diferente signo, mayor valor absoluto 11/55 (positivo): 11/55 − 10/55 = 1/55. **Respuesta: +1/55**



Ejercicio 2. Realiza las siguientes restas.

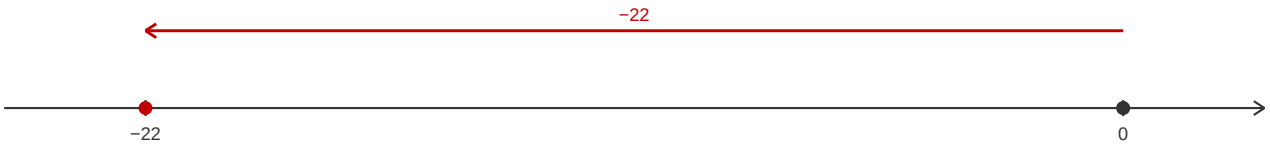
- **a) (+20) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +20**



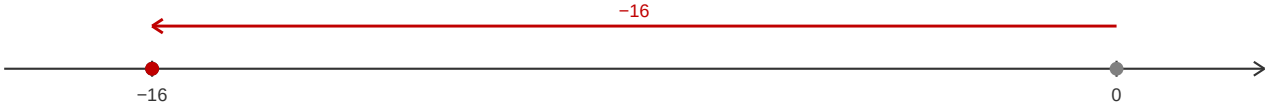
- **b) 0 − (+22).**

Si se resta un número del cero, la diferencia es el opuesto del sustraendo: −22. **Respuesta: −22**



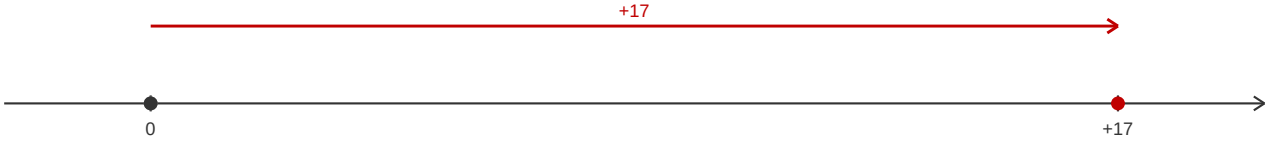
- **c) (−16) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: −16**



- **d) 0 − (−17).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: +17. **Respuesta: +17**



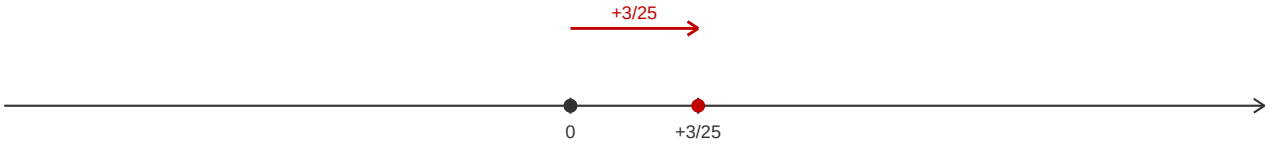
- **e) (7.8) − 0.**

Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo. **Respuesta: +7.8**



- **f) 0 − (−3/25).**

La diferencia es el opuesto del sustraendo: +3/25. **Respuesta: +3/25**



Ejercicio 3. Plantea solo como suma las siguientes sumas y restas combinadas y escribe cuáles son los términos.

- **a) (+20) + (−8) + (+1).**

La operación ya está planteada solo como suma; no contiene restas. **Respuesta: (+20) + (−8) + (+1). Términos: +20, −8, +1.**

- **b) (+17) + (−9) − (+11).**

La resta − (+11) se convierte en la suma del opuesto: + (−11). **Respuesta: (+17) + (−9) + (−11). Términos: +17, −9, −11.**

- **c) (+3.2) − (+0.4) − (−3.6).**

− (+0.4) se convierte en + (−0.4) y − (−3.6) en + (+3.6). **Respuesta: (+3.2) + (−0.4) + (+3.6). Términos: +3.2, −0.4, +3.6.**

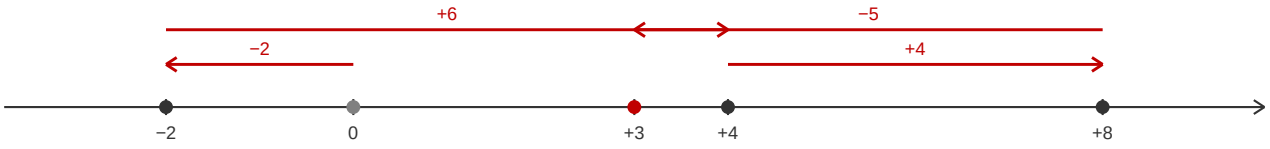
- **d) (+8/7) − (+2/3) + (−4/5) − (−10/13).**

− (+2/3) se convierte en + (−2/3) y − (−10/13) en + (+10/13); el sumando (−4/5) no cambia. **Respuesta: (+8/7) + (−2/3) + (−4/5) + (+10/13). Términos: +8/7, −2/3, −4/5, +10/13.**

Ejercicio 4. Plantea las siguientes sumas y restas combinadas solo como suma y calcula.

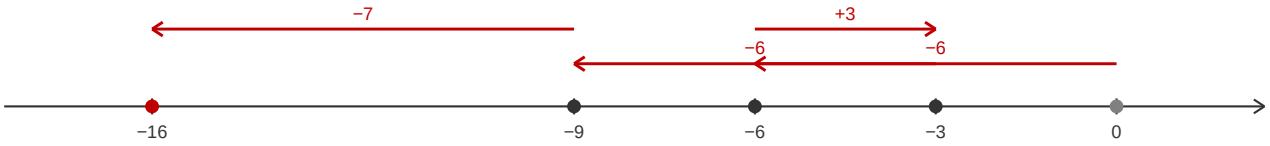
- **a) (−2) − (−6) − (−4) − (+5).**

Solo como suma: (−2) + (+6) + (+4) + (−5). Positivos: 6 + 4 = 10; negativos: −2 − 5 = −7; 10 − 7 = 3. **Respuesta: +3**



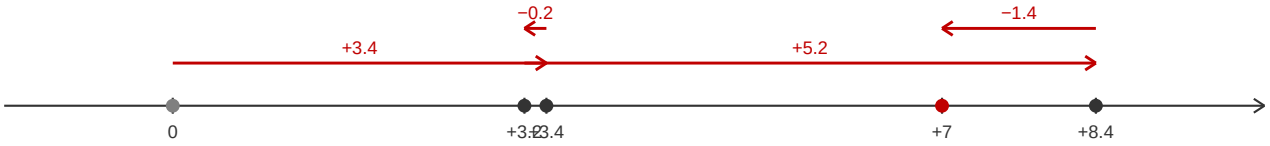
- **b) (−6) + (+3) − (+6) + (−7).**

Solo como suma: (−6) + (+3) + (−6) + (−7). Positivo: +3; negativos: −6 − 6 − 7 = −19; 3 − 19 = −16. **Respuesta: −16**



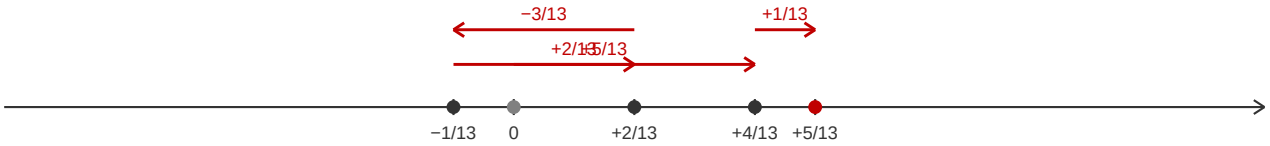
- **c) (+3.4) + (−0.2) − (−5.2) − (+1.4).**

Solo como suma: (+3.4) + (−0.2) + (+5.2) + (−1.4). Positivos: 3.4 + 5.2 = 8.6; negativos: −0.2 − 1.4 = −1.6; 8.6 − 1.6 = 7.0. **Respuesta: +7**



- **d) (+2/13) − (+3/13) − (−5/13) − (−1/13).**

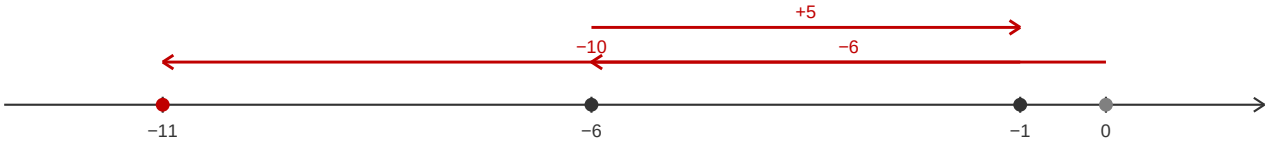
Solo como suma: (+2/13) + (−3/13) + (+5/13) + (+1/13). Con el mismo denominador: 2 − 3 + 5 + 1 = 5 → 5/13. **Respuesta: +5/13**



Ejercicio 5. Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas.

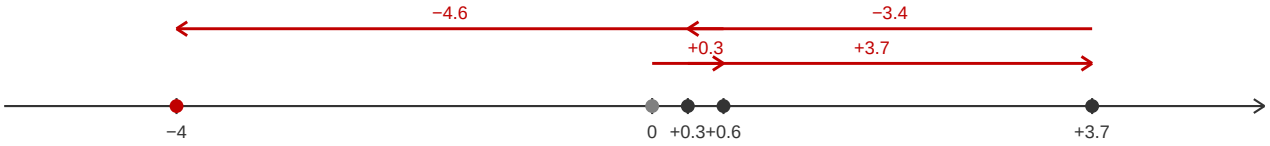
- **a) −6 + 5 − 10.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 5 = 5; restan: 6 + 10 = 16 → 5 − 16; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: −11**



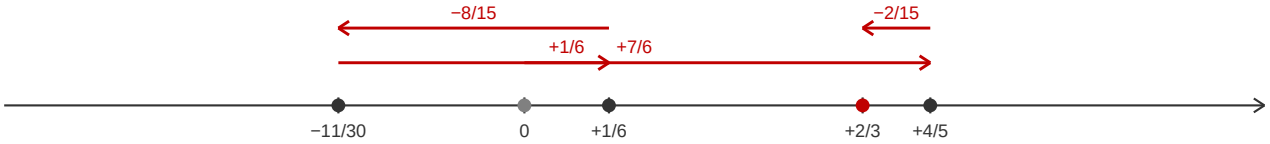
- **b) 3.7 − 3.4 + 0.3 − 4.6.**

Se asocian los números que se están sumando y los que se están restando (método de la clase): suman: 3.7 + 0.3 = 4.0; restan: 3.4 + 4.6 = 8.0 → 4.0 − 8.0; luego se efectúa la operación entre ambos totales. **Respuesta: −4**



- **c) 1/6 − 8/15 + 7/6 − 2/15.**

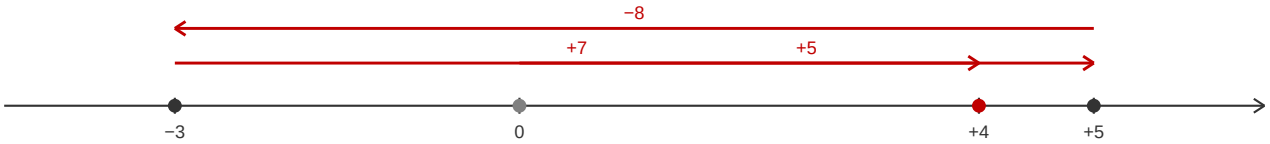
Se agrupan por denominador: sextos: 1/6 + 7/6 = 8/6 = 4/3; quinceavos: −8/15 − 2/15 = −10/15 = −2/3. Luego: 4/3 − 2/3 = 2/3. **Respuesta: +2/3**



Ejercicio 6. Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas suprimiendo los paréntesis.

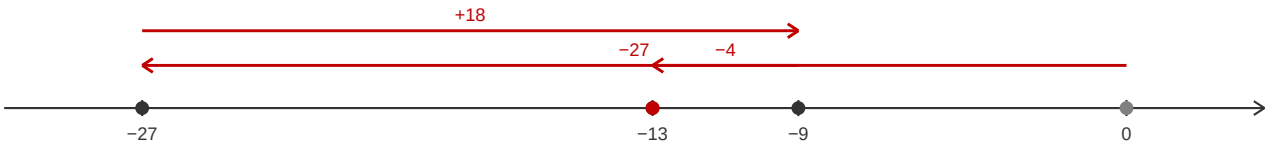
- **a) 5 + (−8) − (−7).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 5 − 8 + 7. Se asocian: suman 5 + 7 = 12; restan 8 → 12 − 8. **Respuesta: +4**



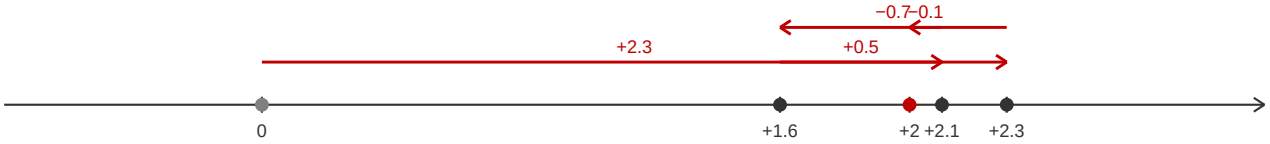
- **b) −27 − (−18) − 4 + 0.**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): −27 + 18 − 4 + 0. Se asocian: suman 18 = 18; restan 27 + 4 = 31 → 18 − 31. **Respuesta: −13**



- **c) 2.3 + (−0.7) − (−0.5) − (+0.1).**

Se suprimen los paréntesis (la resta se convierte en suma del opuesto): 2.3 − 0.7 + 0.5 − 0.1. Se asocian: suman 2.3 + 0.5 = 2.8; restan 0.7 + 0.1 = 0.8 → 2.8 − 0.8. **Respuesta: +2**



- **d) 1/3 − (−1/6) + (−1/4) + 1/2.**

Se suprimen los paréntesis: 1/3 + 1/6 − 1/4 + 1/2. Con denominador común 12: 4/12 + 2/12 − 3/12 + 6/12 = 9/12 = 3/4. **Respuesta: +3/4**

