Unidad 3

Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

El planteamiento formal de las reglas de multiplicación y división fue establecido por primera vez por el matemático Suizo Leonhard Euler, y la justificación de las reglas para la multiplicación fueron replanteadas por diferentes matemáticos como MacLaurin, Laplace, D'Alembert, Lacroix, Klein, y en el año 1985 la justificación se hizo a partir de patrones numéricos por Crowley y Dunn.

A partir de las reglas de la multiplicación de números negativos, se ha podido facilitar el trabajo algebraico y la modelación de situaciones del entorno, para solucionar problemas de la vida cotidiana.

Los contenidos que conocerás son la multiplicación de números con diferente signo, la multiplicación de un número negativo por otro negativo, las propiedades de la multiplicación, el concepto de potencia, y las operaciones con potencias; además de abordar las operaciones combinadas de las cuatro operaciones básicas con números positivos, negativos y el cero.

$(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square$

$(-4) \times (-2) = \square$

$(-4) \times (-3) = \square$

Modelo de patrones numéricos de Crowley y Dunn.

$$1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

El menor número que se puede expresar como suma de dos cubos de maneras diferentes es el 1 729. (Ramanujan, matemático hindú del siglo XX).

1.1 Multiplicación de números con diferente signo

Escribe el número que corresponde a los recuadros en cada literal.

a) $(+2) \times (+3) = +6$

$(+2) \times (+2) = +4$

$(+2) \times (+1) = +2$

$(+2) \times 0 = 0$

$(+2) \times (-1) =$ ☐

$(+2) \times (-2) =$ ☐

$(+2) \times (-3) =$ ☐

b) $(+3) \times (+3) = +9$

$(+2) \times (+3) = +6$

$(+1) \times (+3) = +3$

$0 \times (+3) = 0$

$(-1) \times (+3) =$ ☐

$(-2) \times (+3) =$ ☐

$(-3) \times (+3) =$ ☐

a) $(+2) \times (+3) = +6$

$(+2) \times (+2) = +4$ (−2)

$(+2) \times (+1) = +2$ (−2)

$(+2) \times 0 = 0$ (−2)

$(+2) \times (-1) = -2$ (−2)

$(+2) \times (-2) = -4$ (−2)

$(+2) \times (-3) = -6$ (−2)

b) $(+3) \times (+3) = +9$

$(+2) \times (+3) = +6$ (−3)

$(+1) \times (+3) = +3$ (−3)

$0 \times (+3) = 0$ (−3)

$(-1) \times (+3) = -3$ (−3)

$(-2) \times (+3) = -6$ (−3)

$(-3) \times (+3) = -9$ (−3)

Para multiplicar dos números con diferentes signos se realizan los pasos siguientes:

1. Se escribe el signo (–).
2. Se coloca el producto de los valores absolutos de los números.

Por ejemplo:

a) $(+2) \times (-3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

b) $(-2) \times (+3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-6) \times (+3)$ **$= -18$**

b) $(-5) \times (+2)$ **$= -10$**

c) $(+7) \times (-4)$ **$= -28$**

d) $(+10) \times (-6)$ **$= -60$**

e) $(+25) \times (-2)$ **$= -50$**

f) $(-2.1) \times (+2)$ **$= -4.2$**

g) $(+4.2) \times (-4)$ **$= -16.8$**

h) $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(+\frac{1}{5}\right)$ **$= -1/10$**

i) $\left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ **$= -10/21$**

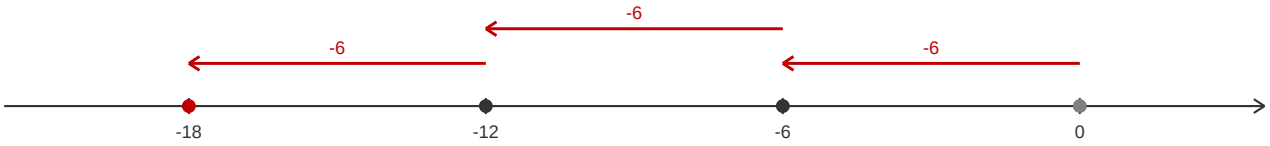
En las rectas de saltos: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son los productos parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja es un salto del factor que se suma repetidamente (la multiplicación como suma repetida).

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes multiplicaciones

a) (−6) × (+3)

Los factores tienen diferente signo, el producto es negativo. Se multiplican los valores absolutos: 6 × 3 = 18. (−6) × (+3) = −(6 × 3) = −18.

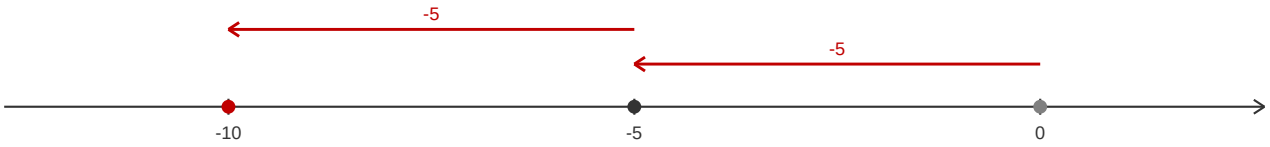
Respuesta: −18



b) (−5) × (+2)

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: 5 × 2 = 10. (−5) × (+2) = −10.

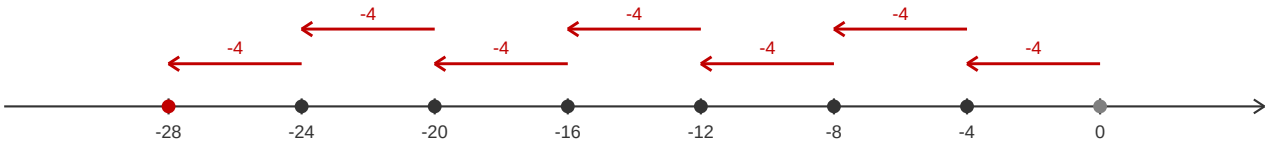
Respuesta: −10



c) (+7) × (−4)

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: 7 × 4 = 28. (+7) × (−4) = −28.

Respuesta: −28



d) (+10) × (−6)

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: 10 × 6 = 60. (+10) × (−6) = −60.

Respuesta: −60

e) (+25) × (−2)

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: 25 × 2 = 50. (+25) × (−2) = −50.

Respuesta: −50

f) (−2.1) × (+2)

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: 2.1 × 2 = 4.2. (−2.1) × (+2) = −4.2.

Respuesta: −4.2

g) (+4.2) × (−4)

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: 4.2 × 4 = 16.8. (+4.2) × (−4) = −16.8.

Respuesta: −16.8

h) $(-1/2) \times (+1/5)$

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: $1/2 \times 1/5 = 1/10$. $(-1/2) \times (+1/5) = -1/10$.

Respuesta: $-1/10$

i) $(+2/3) \times (-5/7)$

Diferente signo: el producto es negativo. Valores absolutos: $2/3 \times 5/7 = 10/21$. $(+2/3) \times (-5/7) = -10/21$.

Respuesta: $-10/21$

1.2 Multiplicación de números con igual signo

P

Escribe el número que corresponde a los recuadros en cada literal.

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square$

$(-4) \times (-2) = \square$

$(-4) \times (-3) = \square$

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$(+2) \times (-5) = -10$

$(+1) \times (-5) = -5$

$0 \times (-5) = 0$

$(-1) \times (-5) = \square$

$(-2) \times (-5) = \square$

$(-3) \times (-5) = \square$

S

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$ (+4)

$(-4) \times (+1) = -4$ (+4)

$(-4) \times 0 = 0$ (+4)

$(-4) \times (-1) = +4$ (+4)

$(-4) \times (-2) = +8$ (+4)

$(-4) \times (-3) = +12$ (+4)

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$(+2) \times (-5) = -10$ (+5)

$(+1) \times (-5) = -5$ (+5)

$0 \times (-5) = 0$ (+5)

$(-1) \times (-5) = +5$ (+5)

$(-2) \times (-5) = +10$ (+5)

$(-3) \times (-5) = +15$ (+5)

C

Para multiplicar dos números con igual signo se realizan los pasos siguientes:

1. Se escribe el signo (+).
2. Se coloca el producto de los valores absolutos de los números.

Al multiplicar un número negativo por cero el producto es cero.

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-6) \times (-4)$ = +24

b) $(-8) \times (-2)$ = +16

c) $(+5) \times (+4)$ = +20

d) $(-9) \times (-3)$ = +27

e) $(-8) \times (-9)$ = +72

f) $(-3.2) \times (-2)$ = +6.4

g) $(+4.1) \times (+3)$ = +12.3

h) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ = +10/21

i) $\left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{7}{11}\right)$ = +21/55

En las rectas de saltos: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son los productos parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja es un salto del factor que se suma repetidamente (la multiplicación como suma repetida).

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes multiplicaciones

a) $(-6) \times (-4)$

Los factores tienen igual signo, el producto es positivo. Valores absolutos: $6 \times 4 = 24$. $(-6) \times (-4) = +24$.

Respuesta: +24

b) $(-8) \times (-2)$

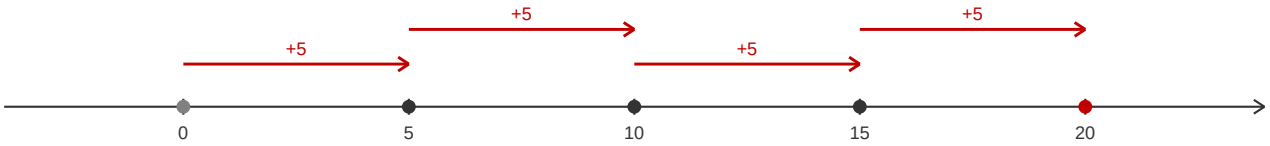
Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $8 \times 2 = 16$. $(-8) \times (-2) = +16$.

Respuesta: +16

c) $(+5) \times (+4)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $5 \times 4 = 20$. $(+5) \times (+4) = +20$.

Respuesta: +20



d) $(-9) \times (-3)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $9 \times 3 = 27$. $(-9) \times (-3) = +27$.

Respuesta: +27

e) $(-8) \times (-9)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $8 \times 9 = 72$. $(-8) \times (-9) = +72$.

Respuesta: +72

f) $(-3.2) \times (-2)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $3.2 \times 2 = 6.4$. $(-3.2) \times (-2) = +6.4$.

Respuesta: +6.4

g) $(+4.1) \times (+3)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $4.1 \times 3 = 12.3$. $(+4.1) \times (+3) = +12.3$.

Respuesta: +12.3

h) $(-2/3) \times (-5/7)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $2/3 \times 5/7 = 10/21$. $(-2/3) \times (-5/7) = +10/21$.

Respuesta: +10/21

i) $(+3/5) \times (+7/11)$

Igual signo: el producto es positivo. Valores absolutos: $3/5 \times 7/11 = 21/55$. $(+3/5) \times (+7/11) = +21/55$.

Respuesta: +21/55

1.3 Multiplicaciones que incluyen –1, 0 y 1

P

1. Escribe el número que corresponde en el recuadro.

$(+3) \times (-2) = -6$

$(+2) \times (-2) = -4$

$(+1) \times (-2) = -2$

$0 \times (-2) = \square$

2. Escribe el número que corresponde en cada recuadro.

$(+1) \times (-3) = \square$ $\quad (-1) \times (+3) = \square$ $\quad (+2) \times (-1) = \square$

$(-2) \times (+1) = \square$ $\quad (-1) \times (-3) = \square$ $\quad (-2) \times (-1) = \square$

S

1. $(+3) \times (-2) = -6$ $\xrightarrow{+2}$ $(+2) \times (-2) = -4$ $\xrightarrow{+2}$ $(+1) \times (-2) = -2$ $\xrightarrow{+2}$ $0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$ $\quad (-1) \times (+3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$ $\quad (+2) \times (-1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$

$(-2) \times (+1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$ $\quad (-1) \times (-3) = +(1 \times 3) = \boxed{+3}$ $\quad (-2) \times (-1) = +(2 \times 1) = \boxed{+2}$

C

Al multiplicar un número por –1, 0 y 1 se tendrá:

- $0 \times a = 0$
- $a \times 0 = 0$
- $1 \times a = a$
- $a \times 1 = a$
- $(-1) \times a = -a$
- $a \times (-1) = -a$

Donde a es cualquier número.

En la multiplicación, como en la suma y la resta, se puede omitir el signo + de los números positivos. También se puede omitir el paréntesis del primer número de la operación, aún cuando sea negativo.

E

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) -1×5 $\quad$ b) $0 \times (-5)$ $\quad$ c) $1 \times (-7)$

Solución.

a) $-1 \times 5 = -5$ $\quad$ b) $0 \times (-5) = 0$ $\quad$ c) $1 \times (-7) = -7$

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) -1×8 = –8 $\quad$ b) $8 \times (-1)$ = –8 $\quad$ c) $-1 \times (-3)$ = +3 $\quad$ d) $-1 \times (-1)$ = +1 $\quad$ e) -1×7 = –7

f) $10 \times (-1)$ = –10 $\quad$ g) $0 \times (-4)$ = 0 $\quad$ h) 9×0 = 0 $\quad$ i) $1 \times (-11)$ = –11 $\quad$ j) -3×1 = –3

Ejercicio 1 — Efectúa las siguientes multiplicaciones

a) -1×8

Al multiplicar un número por −1 se obtiene su opuesto: $-1 \times 8 = -8$.

Respuesta: −8

b) $8 \times (-1)$

Al multiplicar un número por −1 se obtiene su opuesto: $8 \times (-1) = -8$.

Respuesta: −8

c) $-1 \times (-3)$

El opuesto de −3 es +3: $-1 \times (-3) = +3$.

Respuesta: +3

d) $-1 \times (-1)$

El opuesto de −1 es +1: $-1 \times (-1) = +1$.

Respuesta: +1

e) -1×7

El opuesto de 7 es −7: $-1 \times 7 = -7$.

Respuesta: −7

f) $10 \times (-1)$

El opuesto de 10 es −10: $10 \times (-1) = -10$.

Respuesta: −10

g) $0 \times (-4)$

Todo número multiplicado por 0 da 0: $0 \times (-4) = 0$.

Respuesta: 0

h) 9×0

Todo número multiplicado por 0 da 0: $9 \times 0 = 0$.

Respuesta: 0

i) $1 \times (-11)$

Al multiplicar un número por 1 se obtiene el mismo número: $1 \times (-11) = -11$.

Respuesta: −11

j) -3×1

Al multiplicar un número por 1 se obtiene el mismo número: $-3 \times 1 = -3$.

Respuesta: −3

1.4 Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

P

Compara el resultado de la multiplicación 1 y 2 en cada uno de los siguientes literales:

Multiplicación 1	Multiplicación 2
a) -5×4	$4 \times (-5)$
b) $(-3 \times 2) \times 4$	$-3 \times (2 \times 4)$

S

Multiplicación 1	Multiplicación 2	
a) $-5 \times 4 = -20$	$4 \times (-5) = -20$	Los resultados son iguales.
Multiplicación 1	Multiplicación 2	
b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4$	$-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8$	
$= -24$	$= -24$	Los resultados son iguales.

C

Al igual que la suma, la multiplicación también cumple con la "propiedad conmutativa" y la "propiedad asociativa".

De forma general:

- $a \times b = b \times a$
- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Las propiedades permiten calcular el producto de varios números en cualquier orden, aunque hayan números negativos incluidos en la multiplicación.

E

Realiza la siguiente multiplicación:

$-5 \times 17 \times (-2)$

Solución.

$-5 \times 17 \times (-2) = -5 \times (-2) \times 17$ Propiedad conmutativa

$= [-5 \times (-2)] \times 17$ Propiedad asociativa

$= 10 \times 17$

$= 170$

La propiedad conmutativa es válida para la multiplicación de –1, 0 y 1 por un número positivo o negativo. Es decir:

$0 \times a = a \times 0$

$1 \times a = a \times 1$

$-1 \times a = a \times (-1)$

Utilizando la propiedad conmutativa y asociativa se puede cambiar el orden de los factores para facilitar el cálculo.

Utiliza la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo en las siguientes multiplicaciones:

a) $8 \times 13 \times 5$ **= 520**

b) $-5 \times 27 \times 4$ **= −540**

c) $0.25 \times 0.35 \times (-4)$ **= −0.35**

d) $0.5 \times (-0.6) \times 4$ **= −1.2**

e) $-24 \times 10 \times \left(-\frac{1}{8}\right)$ **= 30**

f) $-14 \times \left(-\frac{7}{11}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ **= −49/11**

Ejercicio 1 — Utiliza la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo

a) $8 \times 13 \times 5$

Se cambia el orden (conmutativa) y se agrupa (asociativa) 8×5, que da un número redondo: $8 \times 13 \times 5 = (8 \times 5) \times 13 = 40 \times 13 = 520$.

Respuesta: 520

b) $-5 \times 27 \times 4$

Se agrupa -5×4: $-5 \times 27 \times 4 = (-5 \times 4) \times 27 = -20 \times 27 = -540$.

Respuesta: −540

c) $0.25 \times 0.35 \times (-4)$

Se agrupa $0.25 \times (-4) = -1$: $0.25 \times 0.35 \times (-4) = [0.25 \times (-4)] \times 0.35 = -1 \times 0.35 = -0.35$.

Respuesta: −0.35

d) $0.5 \times (-0.6) \times 4$

Se agrupa $0.5 \times 4 = 2$: $0.5 \times (-0.6) \times 4 = (0.5 \times 4) \times (-0.6) = 2 \times (-0.6) = -1.2$.

Respuesta: −1.2

e) $-24 \times 10 \times (-1/8)$

Se agrupa $-24 \times (-1/8) = +3$: $-24 \times 10 \times (-1/8) = [-24 \times (-1/8)] \times 10 = 3 \times 10 = 30$.

Respuesta: 30

f) $-14 \times (-7/11) \times (-1/2)$

Se agrupa $-14 \times (-1/2) = +7$: $-14 \times (-7/11) \times (-1/2) = [-14 \times (-1/2)] \times (-7/11) = 7 \times (-7/11) = -49/11$.

Respuesta: −49/11

1.5 Signo del producto según el número de factores de la multiplicación

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$ b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$ c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$ e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$

¿Qué relación existe entre la cantidad de números negativos y el signo del producto de la multiplicación?

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -6 \times 4 \times 10 = -24 \times 10 = -240$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = 6 \times (-4) \times 10 = (-24) \times 10 = -240$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 6 \times (-4) \times (-10) = (-24) \times (-10) = 240$

Cuando hay una cantidad impar de números negativos en la multiplicación, el producto es negativo.

Es importante destacar que

- Cuando hay una cantidad par de números negativos en la multiplicación, el signo del producto es (+).
- Cuando hay una cantidad impar de números negativos en la multiplicación, el signo del producto es (–).

Calcula el producto de la siguiente multiplicación:

$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$

Solución.

$-2 \times 3 \times (-5) \times 10 = +(2 \times 3 \times 5 \times 10)$
$= 300$

Como hay una cantidad par de números negativos inmediatamente se colocó el signo + y luego se realizó la multiplicación.

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $5 \times (-2) \times 15$ **= −150** b) $-2 \times 3 \times (-5)$ **= +30** c) $-2 \times (-6) \times (-3)$ **= −36**

d) $2 \times 5 \times 6 \times 10$ **= 600** e) $-1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$ **= −24** f) $-11 \times 2 \times 3 \times (-5)$ **= +330**

g) $-1 \times (-5) \times (-3) \times (-6)$ **= +90** h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$ **= −1,200** i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$ **= +6**

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes multiplicaciones

a) $5 \times (-2) \times 15$

Hay 1 factor negativo (cantidad impar): el producto es negativo. Valores absolutos: $5 \times 2 \times 15 = 150$. Resultado: -150.

Respuesta: −150

b) $-2 \times 3 \times (-5)$

Hay 2 factores negativos (cantidad par): el producto es positivo. Valores absolutos: $2 \times 3 \times 5 = 30$. Resultado: $+30$.

Respuesta: +30

c) $-2 \times (-6) \times (-3)$

Hay 3 factores negativos (cantidad impar): el producto es negativo. Valores absolutos: $2 \times 6 \times 3 = 36$. Resultado: -36.

Respuesta: −36

d) $2 \times 5 \times 6 \times 10$

No hay factores negativos: el producto es positivo. $2 \times 5 \times 6 \times 10 = 600$.

Respuesta: 600

e) $-1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$

Hay 3 factores negativos (cantidad impar): el producto es negativo. Valores absolutos: $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$. Resultado: -24.

Respuesta: −24

f) $-11 \times 2 \times 3 \times (-5)$

Hay 2 factores negativos (cantidad par): el producto es positivo. Valores absolutos: $11 \times 2 \times 3 \times 5 = 330$. Resultado: $+330$.

Respuesta: +330

g) $-1 \times (-5) \times (-3) \times (-6)$

Hay 4 factores negativos (cantidad par): el producto es positivo. Valores absolutos: $1 \times 5 \times 3 \times 6 = 90$. Resultado: $+90$.

Respuesta: +90

h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$

Hay 3 factores negativos (cantidad impar): el producto es negativo. Valores absolutos: $2 \times 4 \times 3 \times 10 \times 5 = 1{,}200$. Resultado: $-1{,}200$.

Respuesta: −1,200

i) $(5/4) \times (-8) \times (-3/5)$

Hay 2 factores negativos (cantidad par): el producto es positivo. Se simplifica antes de multiplicar: $5/4 \times (-3/5) = -3/4$, y $(-3/4) \times (-8)$ con el signo ya determinado: valores absolutos $5/4 \times 8 \times 3/5 = 6$. Resultado: $+6$.

Respuesta: +6

1.6 Potencia de un número

El producto de multiplicar un número por sí mismo 2 o 3 veces se representa de la siguiente forma:
$4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

¿Cómo se representan las siguientes multiplicaciones?

a) $(-4) \times (-4)$ b) $(-4) \times (-4) \times (-4)$

a) $(-4) \times (-4) = (-4)^2$ b) $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

$(-4)^2$ representa –4 multiplicado 2 veces. $(-4)^3$ representa –4 multiplicado 3 veces.

Cuando un número se multiplica por sí mismo 2 veces, se obtiene la potencia 2 del número, y cuando se multiplica 3 veces se obtiene la potencia 3 del número.

En las expresiones $(-4)^2$ y $(-4)^3$, el 2 y 3 se llaman exponentes y representan la cantidad de veces que aparece como factor el –4 en la multiplicación. Por ejemplo:

$$(-4)^{③} = \overbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}^{\text{3 veces el factor } (-4)}$$

A la potencia 2 de un número se le llama potencia **cuadrada**, y a la potencia 3 se le llama potencia **cúbica**. Así, por ejemplo: $(-4)^2$ se lee "el cuadrado de menos cuatro" y $(-4)^3$ se lee "el cubo de menos cuatro".

Calcula las siguientes potencias:

a) $(-4)^2$ b) -4^2 c) $(3 \times 4)^2$

Solución.

a) $(-4)^2 = (-4) \times (-4)$
$= 16$

b) $-4^2 = -(4 \times 4)$
$= -16$

c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4)$
$= 12 \times 12$
$= 144$

- $(-4)^2$ y -4^2 pueden ser parecidos, pero representan un producto diferente.
- Cuando se representa la potencia de un número negativo o fraccionario, el número debe escribirse entre paréntesis.

1. Representa las siguientes multiplicaciones con potencias:

a) 5×5 **$= 5^2$** b) $5 \times 5 \times 5$ **$= 5^3$** c) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ **$= (-3)^3$** d) $-(3 \times 3)$ **$= -3^2$**

e) $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ **$= (-1/3)^2$** f) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ **$= (3/4)^3$** g) $(-1.5) \times (-1.5)$ **$= (-1.5)^2$** h) $-(0.5 \times 0.5)$ **$= -0.5^2$**

2. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-6)^2$ **$= 36$** b) -6^2 **$= -36$** c) $(-4)^3$ **$= -64$** d) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ **$= 16/49$** e) $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$ **$= 25/4$**

f) $(-3.1)^2$ **$= 9.61$** g) -3.1^2 **$= -9.61$** h) $(2 \times 3)^2$ **$= 36$** i) $(2 \times 4)^3$ **$= 512$** j) $(5 \times 2)^2$ **$= 100$**

Ejercicio 1 — Representa las siguientes multiplicaciones con potencias

a) 5×5

El factor 5 se repite 2 veces: $5 \times 5 = 5^2$.

Respuesta: 5^2

b) $5 \times 5 \times 5$

El factor 5 se repite 3 veces: $5 \times 5 \times 5 = 5^3$.

Respuesta: 5^3

c) $(-3) \times (-3) \times (-3)$

El factor (-3) se repite 3 veces y se escribe entre paréntesis: $(-3)^3$.

Respuesta: $(-3)^3$

d) $-(3 \times 3)$

El signo $-$ está fuera de la multiplicación; el factor que se repite es 3: $-(3 \times 3) = -3^2$.

Respuesta: -3^2

e) $(-1/3) \times (-1/3)$

El factor $(-1/3)$ se repite 2 veces: $(-1/3)^2$.

Respuesta: $(-1/3)^2$

f) $(3/4) \times (3/4) \times (3/4)$

El factor $3/4$ se repite 3 veces: $(3/4)^3$.

Respuesta: $(3/4)^3$

g) $(-1.5) \times (-1.5)$

El factor (-1.5) se repite 2 veces: $(-1.5)^2$.

Respuesta: $(-1.5)^2$

h) $-(0.5 \times 0.5)$

El signo $-$ está fuera; el factor que se repite es 0.5: $-(0.5 \times 0.5) = -0.5^2$.

Respuesta: -0.5^2

Ejercicio 2 — Calcula las siguientes potencias

a) $(-6)^2$

$(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$.

Respuesta: 36

b) -6^2

$-6^2 = -(6 \times 6) = -36$. La potencia solo afecta al 6, no al signo.

Respuesta: -36

c) $(-4)^3$

$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$.

Respuesta: -64

d) $(4/7)^2$

$(4/7)^2 = 4/7 \times 4/7 = 16/49$.

Respuesta: 16/49

e) $(-5/2)^2$

$(-5/2)^2 = (-5/2) \times (-5/2) = 25/4$.

Respuesta: 25/4

f) $(-3.1)^2$

$(-3.1)^2 = (-3.1) \times (-3.1) = 9.61$.

Respuesta: 9.61

g) -3.1^2

$-3.1^2 = -(3.1 \times 3.1) = -9.61$.

Respuesta: −9.61

h) $(2 \times 3)^2$

Primero el paréntesis: $2 \times 3 = 6$. Luego la potencia: $6^2 = 36$.

Respuesta: 36

i) $(2 \times 4)^3$

Primero el paréntesis: $2 \times 4 = 8$. Luego la potencia: $8^3 = 512$.

Respuesta: 512

j) $(5 \times 2)^2$

Primero el paréntesis: $5 \times 2 = 10$. Luego la potencia: $10^2 = 100$.

Respuesta: 100

1.7 Multiplicaciones que incluyen potencias

P

Efectúa la siguiente multiplicación:

$$(-3)^2 \times (-4)$$

S

$(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$ Desarrollo de la potencia

$= 9 \times (-4)$

$= -36$

No es necesario desarrollar el paso en color rojo, se puede usar el hecho de que $(-3)^2 = 9$, de la siguiente manera:

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$$
$$= -36$$

C

Para multiplicaciones que tienen al menos un número con potencia se tiene que hacer lo siguiente:

1. Calcular las potencias
2. Realizar la multiplicación

Por ejemplo:

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$$
$$= -36$$

E

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) 2×3^2 b) $(2 \times 3)^2$

Solución.

a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9$

$= 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 6 \times 6$

$= 36$

Se debe tener cuidado para no confundir expresiones tales como $(2 \times 3)^2$ y 2×3^2, ya que $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ y $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, pueden ser multiplicaciones muy parecidas pero su producto es diferente.

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2^3 \times 3$ **= 12**

b) $4 \times (-3)^2$ **= 36**

c) -2×3^3 **= −18**

d) $(-1)^3 \times 2$ **= 2**

e) $2^2 \times 3^2$ **= 36**

f) $3^3 \times (-4)^2$ **= 432**

g) $(-2)^3 \times 3^3$ **= −216**

h) $(-3)^3 \times (-5)^2$ **= 225**

Ejercicio 1 — Efectúa las siguientes multiplicaciones

a) $2^2 \times 3$

Primero la potencia: $2^2 = 4$. Luego la multiplicación: $4 \times 3 = 12$.

Respuesta: 12

b) $4 \times (-3)^2$

Primero la potencia: $(-3)^2 = 9$. Luego: $4 \times 9 = 36$.

Respuesta: 36

c) -2×3^2

Primero la potencia: $3^2 = 9$. Luego: $-2 \times 9 = -18$.

Respuesta: −18

d) $(-1)^2 \times 2$

Primero la potencia: $(-1)^2 = 1$. Luego: $1 \times 2 = 2$.

Respuesta: 2

e) $2^2 \times 3^2$

Potencias: $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$. Luego: $4 \times 9 = 36$.

Respuesta: 36

f) $3^3 \times (-4)^2$

Potencias: $3^3 = 27$ y $(-4)^2 = 16$. Luego: $27 \times 16 = 432$.

Respuesta: 432

g) $(-2)^3 \times 3^3$

Potencias: $(-2)^3 = -8$ y $3^3 = 27$. Luego: $-8 \times 27 = -216$.

Respuesta: −216

h) $(-3)^2 \times (-5)^2$

Potencias: $(-3)^2 = 9$ y $(-5)^2 = 25$. Luego: $9 \times 25 = 225$.

Respuesta: 225

1.8 División de números enteros positivos, negativos y el cero

P

Escribe el número que corresponde en cada recuadro:

$(+6) \div (+2) = +3$ porque $(+2) \times (+3) = +6$

$(-6) \div (-2) = \square$ porque $(-2) \times \square = -6$

$(-6) \div (+2) = \square$ porque $(+2) \times \square = -6$

$(+6) \div (-2) = \square$ porque $(-2) \times \square = +6$

S

$(-6) \div (-2) = \boxed{+3}$ porque $(-2) \times \boxed{+3} = -6$

$(-6) \div (+2) = \boxed{-3}$ porque $(+2) \times \boxed{-3} = -6$

$(+6) \div (-2) = \boxed{-3}$ porque $(-2) \times \boxed{-3} = +6$

C

En la siguiente tabla se presenta el signo y el valor absoluto del cociente, dependiendo de los signos del dividendo y del divisor se tienen los siguientes casos:

Signo del dividendo y divisor	Signo del cociente	Valor absoluto del cociente
Igual	+	Cociente de los valores absolutos de los números
Diferente	–	

En la división se aplica la misma convención acerca del uso del signo + y los paréntesis como en la multiplicación.

Ejemplo:

a) $(+6) \div (+2) = +(6 \div 2) = +3 = 3$

b) $(-6) \div (-2) = +(6 \div 2) = +3 = 3$

c) $(-6) \div (+2) = -(6 \div 2) = -3$

d) $(+6) \div (-2) = -(6 \div 2) = -3$

E

Realiza la siguiente división: $0 \div (-2)$

Solución.

Si el recuadro $\square$ representa el cociente de $0 \div (-2)$ se tiene que $\square \times (-2) = 0$, por lo que $\square = 0$; de modo que $0 \div (-2) = 0$.

Si el recuadro $\square$ representa el cociente de $5 \div 0$, se tiene que $\square \times 0 = 5$, pero no existe ningún valor que multiplicado por 0 sea 5.

Al dividir 0 entre cualquier número diferente de 0, el cociente es 0. En caso de dividir cualquier número entre 0, la operación es indefinida, es decir, no se puede hacer.

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $6 \div (-3) = -2$ b) $10 \div (-2) = -5$ c) $18 \div 2 = 9$ d) $12 \div (-4) = -3$ e) $-24 \div 3 = -8$

f) $-20 \div (-4) = +5$ g) $-60 \div (-5) = +12$ h) $0 \div 10 = 0$ i) $0 \div (-7) = 0$ j) $-1 \div 2 = -1/2$

Ejercicio 1 — Efectúa las siguientes divisiones

a) 6 ÷ (−3)

Signos diferentes: el cociente es negativo. Valores absolutos: 6 ÷ 3 = 2. 6 ÷ (−3) = −2. Comprobación: (−2) × (−3) = 6.

Respuesta: −2

b) 10 ÷ (−2)

Signos diferentes: cociente negativo. 10 ÷ 2 = 5. 10 ÷ (−2) = −5. Comprobación: (−5) × (−2) = 10.

Respuesta: −5

c) 18 ÷ 2

Signos iguales: cociente positivo. 18 ÷ 2 = 9. Comprobación: 9 × 2 = 18.

Respuesta: 9

d) 12 ÷ (−4)

Signos diferentes: cociente negativo. 12 ÷ 4 = 3. 12 ÷ (−4) = −3. Comprobación: (−3) × (−4) = 12.

Respuesta: −3

e) −24 ÷ 3

Signos diferentes: cociente negativo. 24 ÷ 3 = 8. −24 ÷ 3 = −8. Comprobación: (−8) × 3 = −24.

Respuesta: −8

f) −20 ÷ (−4)

Signos iguales: cociente positivo. 20 ÷ 4 = 5. −20 ÷ (−4) = +5. Comprobación: 5 × (−4) = −20.

Respuesta: +5

g) −60 ÷ (−5)

Signos iguales: cociente positivo. 60 ÷ 5 = 12. −60 ÷ (−5) = +12. Comprobación: 12 × (−5) = −60.

Respuesta: +12

h) 0 ÷ 10

El 0 dividido entre cualquier número diferente de 0 da 0: 0 ÷ 10 = 0.

Respuesta: 0

i) 0 ÷ (−7)

El 0 dividido entre cualquier número diferente de 0 da 0: 0 ÷ (−7) = 0.

Respuesta: 0

j) −1 ÷ 2

Signos diferentes: cociente negativo. Como 1 ÷ 2 no es exacto en enteros, se expresa como fracción: −1 ÷ 2 = −1/2.

Respuesta: −1/2

1.9 Fracciones negativas

P

Si una división se puede expresar en forma de fracción $5 \div 7 = \frac{5}{7}$, entonces $-(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$.

Explica por qué es cierto que $\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$.

S

Como

$$-\frac{5}{7} = -(5 \div 7) \qquad \frac{-5}{7} = -5 \div 7 \qquad \frac{5}{-7} = 5 \div (-7)$$

se tiene que

$$\frac{-5}{7} = -5 \div 7 = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

De igual forma:

$$\frac{5}{-7} = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

Por tanto:

$$-5 \div 7 = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) \text{ o } \frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}.$$

C

Para cualquier fracción que tenga el signo (–) en el numerador o denominador, se puede escribir el signo (–) antes de la fracción. Es decir:

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Siempre que se tenga una fracción negativa se representa en la forma $-\frac{a}{b}$, donde a y b representan números positivos.

1. Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones:

a) $-5 \div 11$ b) $3 \div (-7)$ = –5/11 c) $-(11 \div 13)$

Observa que
$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ = –3/7
Porque
$-a \div (-b) = +(a \div b)$
$= a \div b$ = –11/13

2. Representa la siguientes fracciones en la forma $-\frac{a}{b}$.

a) $\frac{-2}{11}$ = –2/11 b) $\frac{7}{-13}$ = –7/13

3. Completa el recuadro ☐ en los siguientes literales:

a) $-\frac{2}{5} = \square \div 5 = 2 \div \square = -(2 \div 5)$ = –2 y –5 b) $-\frac{3}{7} = \square \div 7 = 3 \div \square = -(3 \div 7)$ = –3 y –7

c) $-\frac{7}{9} = \square \div 9 = 7 \div \square = -(7 \div 9)$ = –7 y –9 d) $-\frac{5}{11} = \square \div 11 = 5 \div \square = -(5 \div 11)$ = –5 y –11

Ejercicio 1 — Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones

a) −5 ÷ 11

La división se escribe como fracción con el signo − delante: −5 ÷ 11 = −5/11.

Respuesta: −5/11

b) 3 ÷ (−7)

El signo − del divisor pasa delante de la fracción: 3 ÷ (−7) = −3/7.

Respuesta: −3/7

c) −(11 ÷ 13)

El signo − ya está delante de la división: −(11 ÷ 13) = −11/13.

Respuesta: −11/13

Ejercicio 2 — Representa las siguientes fracciones en la forma −a/b

a) (−2)/11

El signo − está en el numerador; se escribe delante de la fracción: (−2)/11 = −2/11.

Respuesta: −2/11

b) 7/(−13)

El signo − está en el denominador; se escribe delante de la fracción: 7/(−13) = −7/13.

Respuesta: −7/13

Ejercicio 3 — Completa el recuadro en los siguientes literales

a) −2/5 = □ ÷ 5 = 2 ÷ □ = −(2 ÷ 5)

Para que la fracción sea negativa, el signo − debe estar en uno solo de los dos números: −2/5 = (−2) ÷ 5 = 2 ÷ (−5) = −(2 ÷ 5). Recuadros: −2 y −5.

Respuesta: −2 y −5

b) −3/7 = □ ÷ 7 = 3 ÷ □ = −(3 ÷ 7)

−3/7 = (−3) ÷ 7 = 3 ÷ (−7) = −(3 ÷ 7). Recuadros: −3 y −7.

Respuesta: −3 y −7

c) −7/9 = □ ÷ 9 = 7 ÷ □ = −(7 ÷ 9)

−7/9 = (−7) ÷ 9 = 7 ÷ (−9) = −(7 ÷ 9). Recuadros: −7 y −9.

Respuesta: −7 y −9

d) −5/11 = □ ÷ 11 = 5 ÷ □ = −(5 ÷ 11)

−5/11 = (−5) ÷ 11 = 5 ÷ (−11) = −(5 ÷ 11). Recuadros: −5 y −11.

Respuesta: −5 y −11

1.10 Recíproco de un número

P

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $3 \times \frac{1}{3}$ b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

El 3 se puede interpretar como $\frac{3}{1}$.

1. ¿Cuál fue el producto en los literales anteriores?

2. ¿Qué característica tienen los multiplicadores en cada multiplicación?

S

a) $3 \times \frac{1}{3} = \cancel{3}^{1} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = 1$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\right) = 1$

1. En ambos literales el producto es 1.
2. El multiplicador es una fracción en la que se ha intercambiado la posición del numerador y denominador del multiplicando.

C

Un número es el **recíproco** de otro número, cuando al multiplicarse ambos números el producto es 1.

Si a representa un número diferente de 0, el recíproco del número es $\frac{1}{a}$, porque $a \times \frac{1}{a} = 1$.

De igual manera, el recíproco de $\frac{1}{a}$ es a. En general el recíproco de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$.

E

Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) $\frac{3}{4}$ b) $-\frac{4}{5}$ c) -1 d) $-\frac{1}{3}$ e) 0 f) 0.4

Solución.

a) El recíproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$.

b) El recíproco de $-\frac{4}{5}$ es $-\frac{5}{4}$.

c) El recíproco de -1 es -1.

d) El recíproco de $-\frac{1}{3}$ es -3.

e) El número cero no tiene recíproco, porque no existe un número $\square$ tal que $0 \times \square = 1$.

f) El recíproco de $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$.

Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) 2 **= 1/2** b) -5 **= −1/5** c) $\frac{1}{3}$ **= 7** d) $\frac{1}{5}$ **= 5** e) $-\frac{1}{8}$ **= −9**

f) $\frac{3}{5}$ **= 5/3** g) $-\frac{7}{11}$ **= −11/7** h) 0.25 **= 4** i) -0.2 **= −5** j) -0.6 **= −5/3**

Ejercicio 1 — Encuentra el recíproco de los siguientes números

a) 2

El recíproco de 2 es 1/2, porque 2 × 1/2 = 1.

Respuesta: 1/2

b) −5

El recíproco de −5 es −1/5, porque (−5) × (−1/5) = 1. El recíproco conserva el signo.

Respuesta: −1/5

c) 1/7

El recíproco de 1/7 es 7, porque 1/7 × 7 = 1.

Respuesta: 7

d) 1/5

El recíproco de 1/5 es 5, porque 1/5 × 5 = 1.

Respuesta: 5

e) −1/9

El recíproco de −1/9 es −9, porque (−1/9) × (−9) = 1.

Respuesta: −9

f) 3/5

Se intercambian numerador y denominador: el recíproco de 3/5 es 5/3, porque 3/5 × 5/3 = 1.

Respuesta: 5/3

g) −7/11

Se intercambian numerador y denominador conservando el signo: el recíproco de −7/11 es −11/7.

Respuesta: −11/7

h) 0.25

0.25 = 25/100 = 1/4. El recíproco de 1/4 es 4, porque 0.25 × 4 = 1.

Respuesta: 4

i) −0.2

−0.2 = −2/10 = −1/5. El recíproco de −1/5 es −5, porque (−0.2) × (−5) = 1.

Respuesta: −5

j) −0.6

−0.6 = −6/10 = −3/5. El recíproco de −3/5 es −5/3, porque (−0.6) × (−5/3) = 1.

Respuesta: −5/3

1.11 Cálculo de una división como multiplicación

P

Efectúa las siguientes operaciones y compara los resultados.

a) $12 \div (-3)$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

S

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -4$

C

Hacer la división de un número por otro, es equivalente a hacer la multiplicación del número por el recíproco del divisor en la división. Por tanto, para realizar una división se puede convertir en una multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor.

Por ejemplo:

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -4$

E

Realiza la siguiente división convirtiéndola en multiplicación.

a) $-\frac{4}{7} \div 2$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

Solución.

a) $-\frac{4}{7} \div 2 = -\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$

$= -\left(\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{7} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}}\right)$

$= -\frac{2 \times 1}{7 \times 1}$

$= -\frac{2}{7}$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$

$= -\left(\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{15}_{3}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{3}_{1}}\right)$

$= -\frac{4 \times 1}{3 \times 1}$

$= -\frac{4}{3}$

Realiza las siguientes divisiones convirtiéndolas en multiplicaciones.

a) $-16 \div 4$ **= −4**

b) $18 \div (-9)$ **= −2**

c) $\frac{2}{5} \div \left(-\frac{6}{25}\right)$ **= −5/3**

d) $\frac{13}{14} \div \left(-\frac{39}{7}\right)$ **= −1/6**

e) $-\frac{2}{3} \div (-10)$ **= 1/15**

f) $-\frac{3}{5} \div (-6)$ **= 1/10**

g) $-10 \div \frac{2}{5}$ **= −25**

h) $15 \div \left(-\frac{3}{5}\right)$ **= −25**

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes divisiones convirtiéndolas en multiplicaciones

a) $-16 \div 4$

Dividir entre 4 es multiplicar por su recíproco 1/4: $-16 \div 4 = -16 \times 1/4 = -4$.

Respuesta: −4

b) $18 \div (-9)$

El recíproco de −9 es −1/9: $18 \div (-9) = 18 \times (-1/9) = -2$.

Respuesta: −2

c) $(2/5) \div (-6/25)$

El recíproco de −6/25 es −25/6: $(2/5) \div (-6/25) = 2/5 \times (-25/6) = -50/30 = -5/3$ (se simplifica antes de multiplicar: 2 con 6 y 25 con 5).

Respuesta: −5/3

d) $(13/14) \div (-39/7)$

El recíproco de −39/7 es −7/39: $(13/14) \div (-39/7) = 13/14 \times (-7/39) = -1/6$ (se simplifica: 13 con 39 y 7 con 14).

Respuesta: −1/6

e) $(-2/3) \div (-10)$

El recíproco de −10 es −1/10: $(-2/3) \div (-10) = (-2/3) \times (-1/10) = 2/30 = 1/15$.

Respuesta: 1/15

f) $(-3/5) \div (-6)$

El recíproco de −6 es −1/6: $(-3/5) \div (-6) = (-3/5) \times (-1/6) = 3/30 = 1/10$.

Respuesta: 1/10

g) $-10 \div (2/5)$

El recíproco de 2/5 es 5/2: $-10 \div (2/5) = -10 \times 5/2 = -50/2 = -25$.

Respuesta: −25

h) $15 \div (-3/5)$

El recíproco de −3/5 es −5/3: $15 \div (-3/5) = 15 \times (-5/3) = -75/3 = -25$.

Respuesta: −25

1.12 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes numerales:

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $(-5) \times (-2)$ = +10 b) $(-7) \times (+4)$ = −28 c) $(+6) \times (-8)$ = −48 d) $(-6) \times (+7)$ = −42

2. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-3.5) \times (-3)$ = +10.5 b) $\left(+\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{9}{13}\right)$ = −9/26 c) $\left(-\frac{10}{3}\right) \times \left(-\frac{9}{5}\right)$ = +6 d) $\left(-\frac{9}{2}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right)$ = +6

3. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) 8×1 = 8 b) -1.1×1 = −1.1 c) $1 \times \frac{7}{13}$ = 7/13 d) $1 \times (-11)$ = −11

e) -1×9 = −9 f) $-1 \times (-17)$ = +17 g) $\frac{7}{9} \times (-1)$ = −7/9 h) $-\frac{11}{12} \times (-1)$ = +11/12

i) 21×0 = 0 j) -3.6×0 = 0 k) $\frac{8}{15} \times 0$ = 0 l) $0 \times \left(-\frac{2}{29}\right)$ = 0

4. Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo en las siguientes multiplicaciones:

a) $0.5 \times (-0.16) \times 2$ = −0.16 b) $-36 \times 25 \times \left(-\frac{1}{12}\right)$ = 75 c) $-55 \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$ = −77/3

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones determinando el signo del producto según el número de factores en la multiplicación:

a) $-3 \times (-4) \times (-5) \times (-2)$ = +120 b) $-6 \times 5 \times (-3) \times 10 \times (-1)$ = −900 c) $\frac{7}{3} \times (-6) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ = +10

6. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-5)^2$ = 25 b) -5^2 = −25 c) $(-2)^3$ = −8

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ = 4/9 e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ = −27/125 f) $(1.2)^2$ = 1.44

g) -0.6^2 = −0.36 h) 10×2^2 = 40 i) $(5 \times 2)^3$ = 1,000

7. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2^2 \times (-3)^2$ = 36 b) $(-5)^3 \times 2^2$ = −500 c) $(-10)^3 \times (-5)^2$ = −25,000

8. Efectúa la siguientes divisiones:

a) $-36 \div 12$ = −3 b) $-60 \div (-15)$ = +4 c) $0 \div (-25)$ = 0

9. Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones:

a) $(-7) \div 9$ = −7/9 b) $5 \div (-11)$ = −5/11 c) $-(15 \div 17)$ = −15/17

10. Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) -6 = −1/6 b) $\frac{1}{19}$ = 19 c) 0.6 = 5/3

11. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $-12 \div \frac{3}{5}$ = −20 b) $\frac{1}{7} \div \left(-\frac{5}{21}\right)$ = −3/5 c) $-\frac{6}{5} \div (-18)$ = 1/15

En las rectas de saltos: el punto gris es la partida (0), los puntos oscuros son los productos parciales y el punto rojo es el resultado; cada flecha roja es un salto del factor que se suma repetidamente (la multiplicación como suma repetida).

Ejercicio 1 — Efectúa las siguientes multiplicaciones

a) (−5) × (−2)

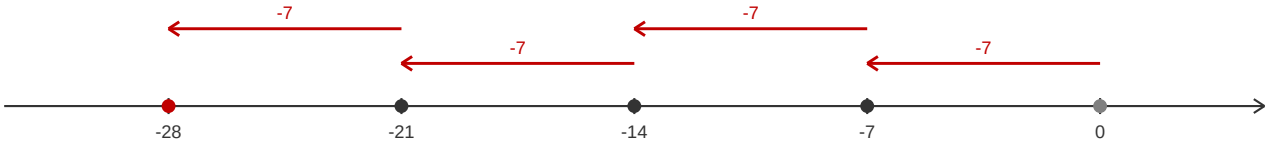
Igual signo: producto positivo. 5 × 2 = 10. (−5) × (−2) = +10.

Respuesta: +10

b) (−7) × (+4)

Diferente signo: producto negativo. 7 × 4 = 28. (−7) × (+4) = −28.

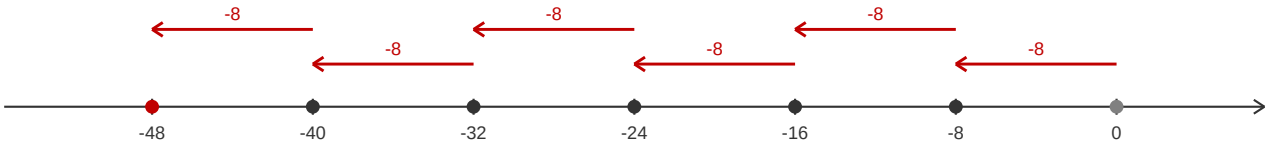
Respuesta: −28



c) (+6) × (−8)

Diferente signo: producto negativo. 6 × 8 = 48. (+6) × (−8) = −48.

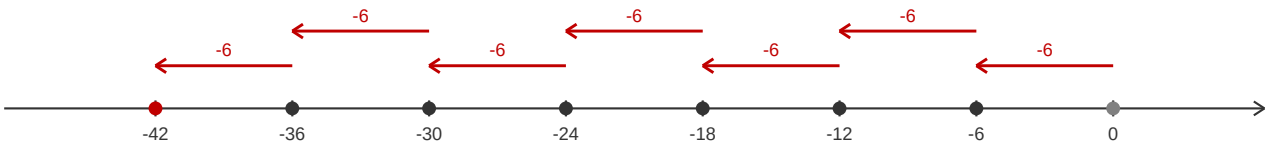
Respuesta: −48



d) (−6) × (+7)

Diferente signo: producto negativo. 6 × 7 = 42. (−6) × (+7) = −42.

Respuesta: −42



Ejercicio 2 — Realiza las siguientes multiplicaciones

a) (−3.5) × (−3)

Igual signo: producto positivo. 3.5 × 3 = 10.5. (−3.5) × (−3) = +10.5.

Respuesta: +10.5

b) (+1/2) × (−9/13)

Diferente signo: producto negativo. 1/2 × 9/13 = 9/26. (+1/2) × (−9/13) = −9/26.

Respuesta: −9/26

c) (−10/3) × (−9/5)

Igual signo: producto positivo. Se simplifica: 10 con 5 y 9 con 3: (−10/3) × (−9/5) = +6.

Respuesta: +6

d) $(-9/2) \times (-4/3)$

Igual signo: producto positivo. Se simplifica: 9 con 3 y 4 con 2: $(-9/2) \times (-4/3) = +6$.

Respuesta: +6

Ejercicio 3 — Efectúa las siguientes multiplicaciones

a) 8×1

Multiplicar por 1 no cambia el número: $8 \times 1 = 8$.

Respuesta: 8

b) -1.1×1

Multiplicar por 1 no cambia el número: $-1.1 \times 1 = -1.1$.

Respuesta: −1.1

c) $1 \times (7/13)$

Multiplicar por 1 no cambia el número: $1 \times 7/13 = 7/13$.

Respuesta: 7/13

d) $1 \times (-11)$

Multiplicar por 1 no cambia el número: $1 \times (-11) = -11$.

Respuesta: −11

e) -1×9

Multiplicar por −1 da el opuesto: $-1 \times 9 = -9$.

Respuesta: −9

f) $-1 \times (-17)$

El opuesto de −17 es +17: $-1 \times (-17) = +17$.

Respuesta: +17

g) $(7/9) \times (-1)$

El opuesto de 7/9 es −7/9: $(7/9) \times (-1) = -7/9$.

Respuesta: −7/9

h) $(-11/12) \times (-1)$

El opuesto de −11/12 es +11/12: $(-11/12) \times (-1) = +11/12$.

Respuesta: +11/12

i) 21×0

Multiplicar por 0 da 0: $21 \times 0 = 0$.

Respuesta: 0

j) -3.6×0

Multiplicar por 0 da 0: $-3.6 \times 0 = 0$.

Respuesta: 0

k) $(8/15) \times 0$

Multiplicar por 0 da 0: $(8/15) \times 0 = 0$.

Respuesta: 0

l) $0 \times (-2/29)$

Multiplicar por 0 da 0: $0 \times (-2/29) = 0$.

Respuesta: 0

Ejercicio 4 — Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo

a) $0.5 \times (-0.16) \times 2$

Se agrupa $0.5 \times 2 = 1$: $0.5 \times (-0.16) \times 2 = (0.5 \times 2) \times (-0.16) = 1 \times (-0.16) = -0.16$.

Respuesta: −0.16

b) $-36 \times 25 \times (-1/12)$

Se agrupa $-36 \times (-1/12) = +3$: $-36 \times 25 \times (-1/12) = [-36 \times (-1/12)] \times 25 = 3 \times 25 = 75$.

Respuesta: 75

c) $-55 \times (-7/3) \times (-1/5)$

Se agrupa $-55 \times (-1/5) = +11$: $-55 \times (-7/3) \times (-1/5) = [-55 \times (-1/5)] \times (-7/3) = 11 \times (-7/3) = -77/3$.

Respuesta: −77/3

Ejercicio 5 — Efectúa las multiplicaciones determinando el signo según el número de factores

a) $-3 \times (-4) \times (-5) \times (-2)$

Hay 4 factores negativos (cantidad par): el producto es positivo. Valores absolutos: $3 \times 4 \times 5 \times 2 = 120$. Resultado: +120.

Respuesta: +120

b) $-6 \times 5 \times (-3) \times 10 \times (-1)$

Hay 3 factores negativos (cantidad impar): el producto es negativo. Valores absolutos: $6 \times 5 \times 3 \times 10 \times 1 = 900$. Resultado: −900.

Respuesta: −900

c) $(7/3) \times (-6) \times (-5/7)$

Hay 2 factores negativos (cantidad par): el producto es positivo. Se simplifica $7/3 \times (-5/7) = -5/3$ en valores absolutos $5/3$; $5/3 \times 6 = 10$. Resultado: +10.

Respuesta: +10

Ejercicio 6 — Calcula las siguientes potencias

a) $(-5)^2$

$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$.

Respuesta: 25

b) -5^2

$-5^2 = -(5 \times 5) = -25$.

Respuesta: −25

c) $(-2)^3$

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$.

Respuesta: −8

d) $(2/3)^2$

$(2/3)^2 = 2/3 \times 2/3 = 4/9$.

Respuesta: 4/9

e) $(-3/5)^3$

$(-3/5)^3 = (-3/5) \times (-3/5) \times (-3/5) = -27/125$.

Respuesta: −27/125

f) $(1.2)^2$

$(1.2)^2 = 1.2 \times 1.2 = 1.44$.

Respuesta: 1.44

g) -0.6^2

$-0.6^2 = -(0.6 \times 0.6) = -0.36$.

Respuesta: −0.36

h) 10×2^2

Primero la potencia: $2^2 = 4$. Luego: $10 \times 4 = 40$.

Respuesta: 40

i) $(5 \times 2)^3$

Primero el paréntesis: $5 \times 2 = 10$. Luego: $10^3 = 1{,}000$.

Respuesta: 1,000

Ejercicio 7 — Efectúa las siguientes multiplicaciones

a) $2^2 \times (-3)^2$

Potencias: $2^2 = 4$ y $(-3)^2 = 9$. Luego: $4 \times 9 = 36$.

Respuesta: 36

b) $(-5)^3 \times 2^2$

Potencias: $(-5)^3 = -125$ y $2^2 = 4$. Luego: $-125 \times 4 = -500$.

Respuesta: −500

c) $(-10)^3 \times (-5)^2$

Potencias: $(-10)^3 = -1{,}000$ y $(-5)^2 = 25$. Luego: $-1{,}000 \times 25 = -25{,}000$.

Respuesta: −25,000

Ejercicio 8 — Efectúa las siguientes divisiones

a) $-36 \div 12$

Signos diferentes: cociente negativo. $36 \div 12 = 3$. $-36 \div 12 = -3$.

Respuesta: −3

b) $-60 \div (-15)$

Signos iguales: cociente positivo. $60 \div 15 = 4$. $-60 \div (-15) = +4$.

Respuesta: +4

c) $0 \div (-25)$

El 0 dividido entre cualquier número diferente de 0 da 0: $0 \div (-25) = 0$.

Respuesta: 0

Ejercicio 9 — Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones

a) $(-7) \div 9$

$(-7) \div 9 = -7/9$.

Respuesta: −7/9

b) $5 \div (-11)$

El signo − del divisor pasa delante: $5 \div (-11) = -5/11$.

Respuesta: −5/11

c) $-(15 \div 17)$

$-(15 \div 17) = -15/17$.

Respuesta: −15/17

Ejercicio 10 — Encuentra el recíproco de los siguientes números

a) -6

El recíproco de -6 es $-1/6$, porque $(-6) \times (-1/6) = 1$.

Respuesta: −1/6

b) $1/19$

El recíproco de $1/19$ es 19, porque $1/19 \times 19 = 1$.

Respuesta: 19

c) 0.6

$0.6 = 6/10 = 3/5$. El recíproco de $3/5$ es $5/3$, porque $0.6 \times 5/3 = 1$.

Respuesta: 5/3

Ejercicio 11 — Efectúa las siguientes divisiones

a) $-12 \div (3/5)$

Se multiplica por el recíproco de $3/5$, que es $5/3$: $-12 \div (3/5) = -12 \times 5/3 = -60/3 = -20$.

Respuesta: −20

b) $(1/7) \div (-5/21)$

Se multiplica por el recíproco de $-5/21$, que es $-21/5$: $(1/7) \div (-5/21) = 1/7 \times (-21/5) = -21/35 = -3/5$.

Respuesta: −3/5

c) $(-6/5) \div (-18)$

Se multiplica por el recíproco de -18, que es $-1/18$: $(-6/5) \div (-18) = (-6/5) \times (-1/18) = 6/90 = 1/15$.

Respuesta: 1/15

2.1 Operaciones con multiplicación y división

P

Realiza la siguiente operación que combina multiplicación y división:

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

S

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) = 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5)$$

$$= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\cancel{15}_{\cancel{5}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right)$$

$$= 2 \times 7 \times 1$$

$$= 14$$

C

Para realizar el cálculo de una operación que combina multiplicación y división, se debe plantear la operación solo con multiplicaciones, convirtiendo el divisor en su recíproco, luego se recomienda simplificar las fracciones que sean posibles antes de hacer la multiplicación, para facilitar el cálculo. Básicamente la operación se calcula de izquierda a derecha.

Por ejemplo:

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) = 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5)$$

$$= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\cancel{15}_{\cancel{5}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right)$$

$$= 2 \times 7 \times 1$$

$$= 14$$

E

Realiza la siguiente operación:

$(-3)^2 \times (-10) \div (-24)$

Solución.

$$(-3)^2 \times (-10) \div (-24) = 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right)$$

$$= +\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{\cancel{10}} \times \frac{1}{\cancel{24}_{\cancel{12}_{4}}}\right)$$

$$= 3 \times 5 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{15}{4}$$

Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división:

a) $-10 \div 6 \times (-21)$ **= +35**

b) $-\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ **= 7/4**

c) $(-3)^2 \times (-2) \div 6$ **= –3**

d) $(-2)^3 \times (-15) \div (-18)$ **= –20/3**

e) $-2^2 \times (-9) \div 6$ **= 6**

f) $-\frac{7}{3} \times \frac{5}{21} \div \frac{7}{9}$ **= –5/7**

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división

a) $-10 \div 6 \times (-21)$

Se plantea todo como multiplicación usando el recíproco del divisor: $-10 \div 6 \times (-21) = -10 \times 1/6 \times (-21)$. Se simplifica 21 con 6: $= -10 \times (-7/2) = +35$.

Respuesta: +35

b) $(-15/4) \times (7/10) \div (-3/2)$

Se convierte la división en multiplicación por el recíproco: $(-15/4) \times (7/10) \times (-2/3)$. Signo: dos factores negativos → positivo. Se simplifica (15 con 3 y 10; 2 con 4): $= 7/4$.

Respuesta: 7/4

c) $(-3)^2 \times (-2) \div 6$

Primero la potencia: $(-3)^2 = 9$. Se plantea como multiplicación: $9 \times (-2) \times 1/6 = -18/6 = -3$.

Respuesta: −3

d) $(-2)^3 \times (-15) \div (-18)$

Primero la potencia: $(-2)^3 = -8$. Se plantea como multiplicación por el recíproco: $(-8) \times (-15) \times (-1/18) = 120 \times (-1/18) = -120/18 = -20/3$.

Respuesta: −20/3

e) $-2^2 \times (-9) \div 6$

Primero la potencia: $-2^2 = -4$. Se plantea como multiplicación: $(-4) \times (-9) \times 1/6 = 36/6 = 6$.

Respuesta: 6

f) $(-7/3) \times (5/21) \div (7/9)$

Se convierte la división en multiplicación por el recíproco: $(-7/3) \times (5/21) \times (9/7)$. Se simplifica (7 con 7 y 21; 9 con 3): $= -5/7$.

Respuesta: −5/7

2.2 Operaciones combinadas

P Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $10 + 5 \times (-3)$ b) $40 \div (-10 + 5)$

S

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

C Para realizar operaciones con números positivos y negativos que combinan suma, resta, multiplicación, división o que incluye otra operación al interior de paréntesis (operaciones anidadas), se trabaja de igual forma como se hace con los números positivos. El orden del cálculo es:

1. Operaciones al interior de los paréntesis (si los hay)
2. Multiplicaciones y divisiones
3. Sumas y restas

Ejemplos:

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $5 + 2 \times 3$ **= 11**

b) $-12 - 18 \div 3$ **= −18**

c) $4 \times (-5) - 7$ **= −27**

d) $-20 \div (-4) - 8$ **= −3**

e) $5 \times (-2) + 4 \times 3$ **= +2**

f) $-9 \div 3 + 8 \div 4$ **= −1**

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3$ **= 0**

h) $5 \times (-12) - 16 \div 8$ **= −62**

i) $-8 \times (-5 + 17)$ **= −96**

j) $-24 \div (-6 - 2)$ **= +3**

k) $(-3 + 8) \div (-5)$ **= −1**

l) $(2 - 13) \div 22$ **= −1/2**

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes operaciones combinadas

a) 5 + 2 × 3

Orden: primero la multiplicación, luego la suma. 5 + 2 × 3 = 5 + 6 = 11.

Respuesta: 11

b) −12 − 18 ÷ 3

Primero la división: 18 ÷ 3 = 6. Luego: −12 − 6 = −18.

Respuesta: −18

c) 4 × (−5) − 7

Primero la multiplicación: 4 × (−5) = −20. Luego: −20 − 7 = −27.

Respuesta: −27

d) −20 ÷ (−4) − 8

Primero la división: −20 ÷ (−4) = 5. Luego: 5 − 8 = −3.

Respuesta: −3

e) 5 × (−2) + 4 × 3

Multiplicaciones: 5 × (−2) = −10 y 4 × 3 = 12. Luego: −10 + 12 = +2.

Respuesta: +2

f) −9 ÷ 3 + 8 ÷ 4

Divisiones: −9 ÷ 3 = −3 y 8 ÷ 4 = 2. Luego: −3 + 2 = −1.

Respuesta: −1

g) −12 ÷ 2 + 2 × 3

−12 ÷ 2 = −6 y 2 × 3 = 6. Luego: −6 + 6 = 0.

Respuesta: 0

h) 5 × (−12) − 16 ÷ 8

5 × (−12) = −60 y 16 ÷ 8 = 2. Luego: −60 − 2 = −62.

Respuesta: −62

i) −8 × (−5 + 17)

Primero el paréntesis: −5 + 17 = 12. Luego: −8 × 12 = −96.

Respuesta: −96

j) −24 ÷ (−6 − 2)

Primero el paréntesis: −6 − 2 = −8. Luego: −24 ÷ (−8) = +3.

Respuesta: +3

k) (−3 + 8) ÷ (−5)

Primero el paréntesis: −3 + 8 = 5. Luego: 5 ÷ (−5) = −1.

Respuesta: −1

l) $(2 - 13) \div 22$

Primero el paréntesis: $2 - 13 = -11$. Luego: $-11 \div 22 = -1/2$.

Respuesta: $-1/2$

2.3 Operaciones combinadas que incluyen potencias

P

Realiza la siguiente operación:

$$32 \div (-2)^2 - 6$$

S

$$\begin{aligned} 32 \div (-2)^2 - 6 &= 32 \div 4 - 6 \\ &= 8 - 6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

C

Cuando en la operación se incluyan potencias, operaciones anidadas, multiplicaciones o divisiones y sumas o restas, el orden para hacer los cálculos es:

1. Operaciones al interior de paréntesis (si los hay)
2. Potencias
3. Multiplicaciones y divisiones
4. Sumas y restas

E

Realiza las siguientes operaciones:

$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2$

Solución.

$$\begin{aligned} -4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 &= -4 \times (-3)^2 + 4^2 \\ &= -4 \times 9 + 16 \\ &= -36 + 16 \\ &= -20 \end{aligned}$$

Realiza las siguientes operaciones:

a) $5 - 4 \times (-3)^2$ **= −31**

b) $-4 - 5 \times (-2)^3$ **= 36**

c) $27 - 3^2 \times 4$ **= −81**

d) $-8 \times (1 - 3)^3 + 4^2$ **= 32**

e) $2 - 7 \times (-2^2)$ **= 30**

f) $(-2)^3 + 3^2 \div (-3)$ **= −11**

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$ **= −14**

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$ **= −15**

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes operaciones

a) $5 - 4 \times (-3)^2$

Orden: paréntesis y potencia primero: $(-3)^2 = 9$. Multiplicación: $4 \times 9 = 36$. Resta: $5 - 36 = -31$.

Respuesta: −31

b) $-4 - 5 \times (-2)^3$

Potencia: $(-2)^3 = -8$. Multiplicación: $5 \times (-8) = -40$. Luego: $-4 - (-40) = -4 + 40 = 36$.

Respuesta: 36

c) $27 - 3^3 \times 4$

Potencia: $3^3 = 27$. Multiplicación: $27 \times 4 = 108$. Resta: $27 - 108 = -81$.

Respuesta: −81

d) $-8 \times (1 - 3)^2 + 4^3$

Paréntesis: $1 - 3 = -2$. Potencias: $(-2)^2 = 4$ y $4^3 = 64$. Multiplicación: $-8 \times 4 = -32$. Suma: $-32 + 64 = 32$.

Respuesta: 32

e) $2 - 7 \times (-2^2)$

Potencia dentro del paréntesis: $-2^2 = -4$. Multiplicación: $7 \times (-4) = -28$. Luego: $2 - (-28) = 2 + 28 = 30$.

Respuesta: 30

f) $(-2)^3 + 3^2 \div (-3)$

Potencias: $(-2)^3 = -8$ y $3^2 = 9$. División: $9 \div (-3) = -3$. Suma: $-8 + (-3) = -11$.

Respuesta: −11

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$

Paréntesis: $-9 + 5 = -4$. Potencias: $-4^2 = -16$ y $(-2)^3 = -8$. División: $(-8) \div (-4) = +2$. Suma: $-16 + 2 = -14$.

Respuesta: −14

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$

Paréntesis: $7 - 17 = -10$. Potencias: $(-5)^2 = 25$ y $20^2 = 400$. División: $400 \div (-10) = -40$. Suma: $25 + (-40) = -15$.

Respuesta: −15

2.4 Propiedad distributiva de la multiplicación

P

Compara los resultados de las operaciones 1 y 2 de cada literal.

Operación 1	**Operación 2**	**Operación 1**	**Operación 2**
a) $(-6-4)\times 3$;	$-6\times 3+(-4)\times 3$	b) $-4\times(-15+10)$;	$-4\times(-15)+(-4)\times 10$

S

Operación 1

a) $(-6-4)\times 3 = (-10)\times 3$
$= -30$

Operación 2

$-6\times 3+(-4)\times 3 = -18+(-12)$
$= -18-12$
$= -30$

Los resultados son iguales, entonces $(-6-4)\times 3 = -6\times 3+(-4)\times 3$.

Operación 1

b) $-4\times(-15+10) = (-4)\times(-5)$
$= 20$

Operación 2

$-4\times(-15)+(-4)\times 10 = 60+(-40)$
$= 60-40$
$= 20$

Los resultados son iguales, entonces $-4\times(-15+10) = -4\times(-15)+(-4)\times 10$.

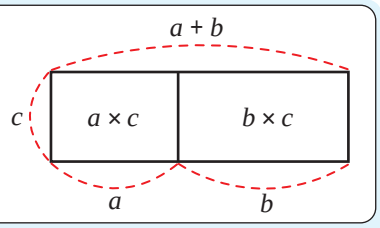
C

Para cualquier número a, b y c, se cumple que

$$(a+b)\times c = a\times c + b\times c$$
$$c\times(a+b) = c\times a + c\times b$$

Al hecho anterior se le conoce como **propiedad distributiva**.

La propiedad distributiva se puede representar de manera gráfica a través de áreas:



Cuando se aplica la propiedad distributiva en la multiplicación $(a+b)\times c$ los paréntesis desaparecen obteniéndose $a\times c + b\times c$. A la acción de quitar los paréntesis a través de la aplicación de la propiedad distributiva también se le llama **suprimir paréntesis**.

E

Efectúa las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18$

b) $47\times(-9)+13\times(-9)$

Solución.

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18 = \left[\frac{7}{9}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]\times 18$
$= \frac{7}{9}\times 18+\left(-\frac{5}{6}\right)\times 18$
$= 14+(-15)$
$= 14-15$
$= -1$

b) $47\times(-9)+13\times(-9) = (47+13)\times(-9)$
$= 60\times(-9)$
$= -540$

Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $5\times(-7-3)$

b) $(-23+3)\times(-2)$ = –50

c) $60\times\left(\frac{5}{12}-\frac{13}{30}\right)$ = 40

d) $12\times 13+88\times 13$ = 1,300

e) $-21\times 2-4\times 2$ = –50

f) $99\times(-15)$ = –1,485

En f) observa que $99 = 100-1$.

Ejercicio 1 — Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva

a) $5 \times (-7 - 3)$

Se distribuye el 5 sobre cada término: $5 \times (-7 - 3) = 5 \times (-7) - 5 \times 3 = -35 - 15 = -50$. (Comprobación directa: $5 \times (-10) = -50$.)

Respuesta: −50

b) $(-23 + 3) \times (-2)$

Se distribuye el (-2): $(-23 + 3) \times (-2) = (-23) \times (-2) + 3 \times (-2) = 46 - 6 = 40$. (Comprobación: $(-20) \times (-2) = 40$.)

Respuesta: 40

c) $60 \times (5/12 - 13/30)$

Se distribuye el 60: $60 \times 5/12 - 60 \times 13/30 = 25 - 26 = -1$.

Respuesta: −1

d) $12 \times 13 + 88 \times 13$

Ambos productos tienen el factor común 13; se aplica la distributiva al revés: $12 \times 13 + 88 \times 13 = (12 + 88) \times 13 = 100 \times 13 = 1{,}300$.

Respuesta: 1,300

e) $-21 \times 2 - 4 \times 2$

El factor común es 2: $-21 \times 2 - 4 \times 2 = (-21 - 4) \times 2 = (-25) \times 2 = -50$.

Respuesta: −50

f) $99 \times (-15)$

Como indica la nota del libro, $99 = 100 - 1$: $99 \times (-15) = (100 - 1) \times (-15) = 100 \times (-15) - 1 \times (-15) = -1{,}500 + 15 = -1{,}485$.

Respuesta: −1,485

2.5 Conjuntos numéricos

P

Si a y b representan 2 números naturales cualesquiera, ¿en cuáles de las siguientes operaciones el resultado siempre es un número natural?

a) $a + b$ b) $a - b$ c) $a \times b$ d) $a \div b$

S

La suma y la multiplicación de 2 números naturales siempre tiene como resultado un número natural. Al contrario, la resta y división de 2 números naturales no necesariamente tiene como resultado un número natural. Por ejemplo: $2 - 7$ y $3 \div 7$ no tienen como resultado un número natural.

C

A un grupo de elementos, números u objetos se le llama **conjunto**, por ejemplo, al grupo de los números naturales se le llama **conjunto de los números naturales**. En general, a un conjunto de números se le llama conjunto numérico. En el conjunto de los números naturales no siempre se pueden hacer las operaciones resta y división, porque el resultado de ellas no necesariamente es un número natural. Por tanto, se hace necesario ampliar el conjunto de los números naturales.

E

Resuelve:

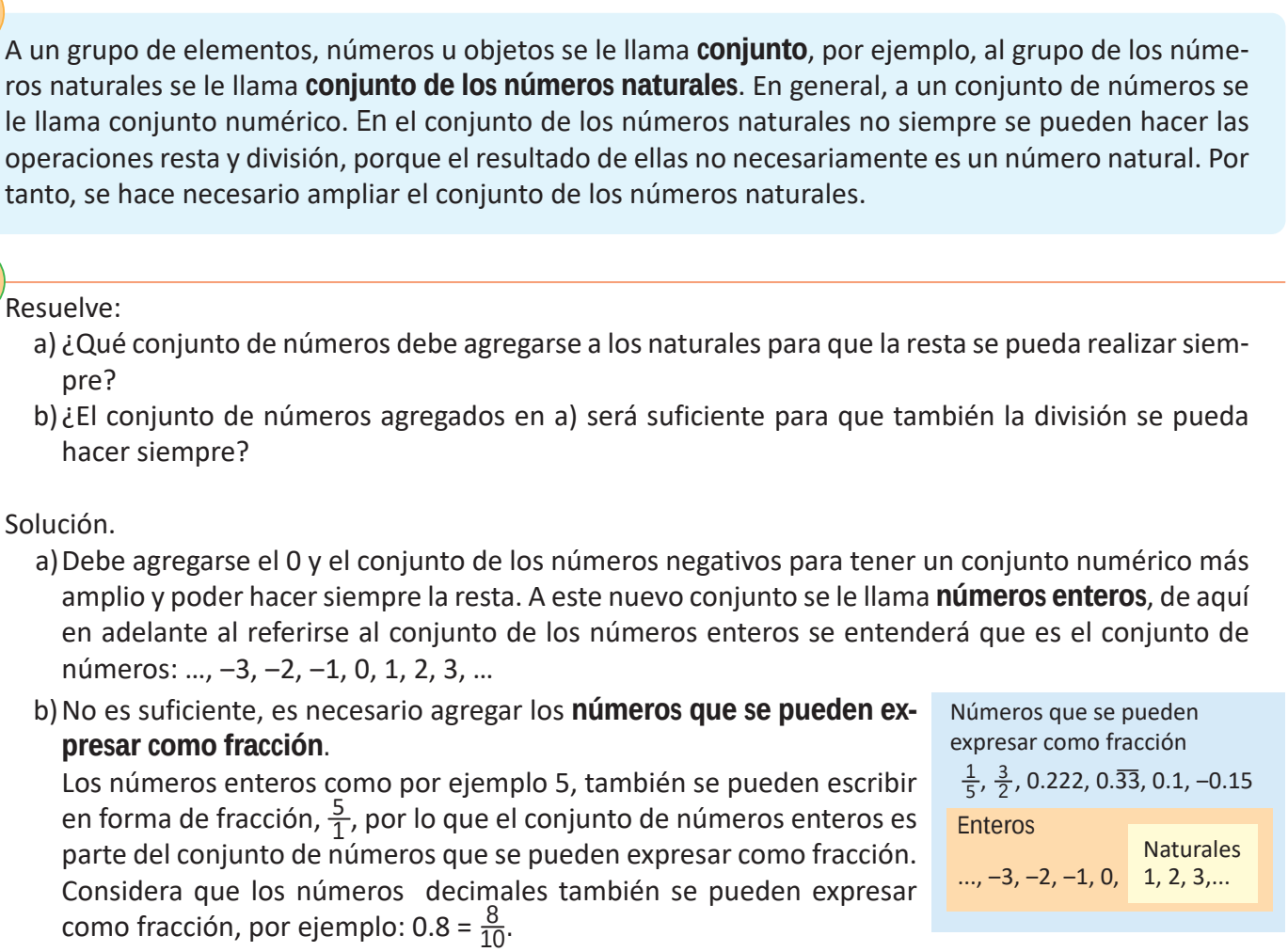
a) ¿Qué conjunto de números debe agregarse a los naturales para que la resta se pueda realizar siempre?

b) ¿El conjunto de números agregados en a) será suficiente para que también la división se pueda hacer siempre?

Solución.

a) Debe agregarse el 0 y el conjunto de los números negativos para tener un conjunto numérico más amplio y poder hacer siempre la resta. A este nuevo conjunto se le llama **números enteros**, de aquí en adelante al referirse al conjunto de los números enteros se entenderá que es el conjunto de números: …, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, …

b) No es suficiente, es necesario agregar los **números que se pueden expresar como fracción**.
Los números enteros como por ejemplo 5, también se pueden escribir en forma de fracción, $\frac{5}{1}$, por lo que el conjunto de números enteros es parte del conjunto de números que se pueden expresar como fracción. Considera que los números decimales también se pueden expresar como fracción, por ejemplo: $0.8 = \frac{8}{10}$.



1. ¿Cuáles son las operaciones que se pueden realizar en los diferentes conjuntos de números? Escribe una X si la operación se puede realizar siempre en cada uno de los conjuntos de números. No consideres la división por 0.

	Suma	Resta	Multiplicación	División
Natural	X		X	
Entero	X	X	X	
Números que se pueden expresar como fracción	X	X	X	X

2. Escribe los conjuntos de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal.

a) $8 + 2$ = Naturales b) -5×4 = Enteros c) $9 - 10$ = Enteros d) $5 \div 6$ = Los que se pueden expresar como fracción

Ejercicio 1 — ¿Cuáles son las operaciones que se pueden realizar en los diferentes conjuntos de números? Escribe una X si la operación se puede realizar siempre

a) Fila: Números naturales

En los naturales la suma y la multiplicación siempre dan un natural. La resta no siempre (por ejemplo, 2 − 7 no es natural) y la división tampoco (por ejemplo, 7 ÷ 2 no es natural). Suma: X. Resta: —. Multiplicación: X. División: —.

Respuesta: **Suma X · Multiplicación X**

b) Fila: Números enteros

En los enteros la suma, la resta y la multiplicación siempre dan un entero. La división no siempre (por ejemplo, 5 ÷ 2 no es entero). Suma: X. Resta: X. Multiplicación: X. División: —.

Respuesta: **Suma X · Resta X · Multiplicación X**

c) Fila: Números que se pueden expresar como fracción

En este conjunto las cuatro operaciones siempre se pueden realizar (la división, sin dividir entre 0, como pide el enunciado). Suma: X. Resta: X. Multiplicación: X. División: X.

Respuesta: **Las cuatro: X**

Tabla completada:

	Suma	Resta	Multiplicación	División
Natural	X	—	X	—
Entero	X	X	X	—
Números que se pueden expresar como fracción	X	X	X	X

Ejercicio 2 — Escribe los conjuntos de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal

a) 8 + 2

Es una suma de naturales y su resultado (10) es natural: se puede realizar ya en el conjunto de los números naturales (y también en los enteros y en los que se expresan como fracción, que lo contienen).

Respuesta: **Naturales**

b) −5 × 4

Interviene el número negativo −5, que no es natural: se necesita el conjunto de los números enteros (el resultado es −20).

Respuesta: **Enteros**

c) 9 − 10

La resta da −1, que no es natural: se necesita el conjunto de los números enteros.

Respuesta: **Enteros**

d) 5 ÷ 6

El cociente 5/6 no es entero: se necesita el conjunto de los números que se pueden expresar como fracción.

Respuesta: **Los que se pueden expresar como fracción**

2.6 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes numerales:

1. Efectúa las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división:

a) $-\frac{21}{2} \times \frac{6}{7} \div \left(-\frac{3}{4}\right)$ = 12

b) $-1 \times (-6)^2 \div 8$ = −9/2

c) $-3^2 \times (-6) \div 2$ = 27

2. Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta:

a) $7 + 5 \times 2$ = 17

b) $-2 + (-32) \div 4$ = −10

c) $3 \times (-4) - 3$ = −15

d) $6 \times (-4) + 7 \times 3$ = −3

e) $-12 \div 6 + 35 \div 7$ = +3

f) $13 \times (-2) - 30 \div 5$ = −32

3. Desarrolla las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división con operaciones anidadas:

a) $(19 - 10) \times (-3)$ = −27

b) $-4 \times (8 - 5)$ = −12

c) $-5 \div (-5 - 20)$ = 1/5

4. Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta e incluyen potencias.

a) $2 - 3 \times (-5)^2$ = −73

b) $-3 - 7 \times (-3^2)$ = 60

c) $-2 \times (2 - 7)^3 + 3^2$ = 259

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $(-25 - 11) \times 4$ = −144

b) $42 \times \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{6}\right)$ = −26

c) $17 \times 14 + 83 \times 14$ = 1,400

6. Escribe el conjunto de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal.

a) $10 + 3$ = Naturales

b) -6×3 = Enteros

c) $12 - 15$ = Enteros

Ejercicio 1 — Efectúa las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división

a) $(-21/2) \times (6/7) \div (-3/4)$

Se convierte la división en multiplicación por el recíproco: $(-21/2) \times (6/7) \times (-4/3)$. Signo: dos negativos → positivo. Se simplifica (21 con 7 y 3; 6 con 2): = 12.

Respuesta: 12

b) $-1 \times (-6)^2 \div 8$

Potencia: $(-6)^2 = 36$. Se plantea como multiplicación: $-1 \times 36 \times 1/8 = -36/8 = -9/2$.

Respuesta: −9/2

c) $-3^2 \times (-6) \div 2$

Potencia: $-3^2 = -9$. Se plantea como multiplicación: $(-9) \times (-6) \times 1/2 = 54/2 = 27$.

Respuesta: 27

Ejercicio 2 — Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta

a) $7 + 5 \times 2$

Primero la multiplicación: $5 \times 2 = 10$. Luego: $7 + 10 = 17$.

Respuesta: 17

b) $-2 + (-32) \div 4$

Primero la división: $(-32) \div 4 = -8$. Luego: $-2 + (-8) = -10$.

Respuesta: −10

c) $3 \times (-4) - 3$

Primero la multiplicación: $3 \times (-4) = -12$. Luego: $-12 - 3 = -15$.

Respuesta: −15

d) $6 \times (-4) + 7 \times 3$

Multiplicaciones: $6 \times (-4) = -24$ y $7 \times 3 = 21$. Luego: $-24 + 21 = -3$.

Respuesta: −3

e) $-12 \div 6 + 35 \div 7$

Divisiones: $-12 \div 6 = -2$ y $35 \div 7 = 5$. Luego: $-2 + 5 = +3$.

Respuesta: +3

f) $13 \times (-2) - 30 \div 5$

$13 \times (-2) = -26$ y $30 \div 5 = 6$. Luego: $-26 - 6 = -32$.

Respuesta: −32

Ejercicio 3 — Desarrolla las operaciones que combinan multiplicación y división con operaciones anidadas

a) $(19 - 10) \times (-3)$

Primero el paréntesis: $19 - 10 = 9$. Luego: $9 \times (-3) = -27$.

Respuesta: −27

b) $-4 \times (8 - 5)$

Primero el paréntesis: $8 - 5 = 3$. Luego: $-4 \times 3 = -12$.

Respuesta: **−12**

c) $-5 \div (-5 - 20)$

Primero el paréntesis: $-5 - 20 = -25$. Luego: $-5 \div (-25) = 5/25 = 1/5$.

Respuesta: **1/5**

Ejercicio 4 — Realiza las operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta e incluyen potencias

a) $2 - 3 \times (-5)^2$

Potencia: $(-5)^2 = 25$. Multiplicación: $3 \times 25 = 75$. Luego: $2 - 75 = -73$.

Respuesta: **−73**

b) $-3 - 7 \times (-3^2)$

Potencia dentro del paréntesis: $-3^2 = -9$. Multiplicación: $7 \times (-9) = -63$. Luego: $-3 - (-63) = -3 + 63 = 60$.

Respuesta: **60**

c) $-2 \times (2 - 7)^3 + 3^2$

Paréntesis: $2 - 7 = -5$. Potencias: $(-5)^3 = -125$ y $3^2 = 9$. Multiplicación: $-2 \times (-125) = 250$. Suma: $250 + 9 = 259$.

Respuesta: **259**

Ejercicio 5 — Efectúa las multiplicaciones aplicando la propiedad distributiva

a) $(-25 - 11) \times 4$

Se distribuye el 4: $(-25 - 11) \times 4 = (-25) \times 4 - 11 \times 4 = -100 - 44 = -144$. (Comprobación: $(-36) \times 4 = -144$.)

Respuesta: **−144**

b) $42 \times (3/14 - 5/6)$

Se distribuye el 42: $42 \times 3/14 - 42 \times 5/6 = 9 - 35 = -26$.

Respuesta: **−26**

c) $17 \times 14 + 83 \times 14$

El factor común es 14: $17 \times 14 + 83 \times 14 = (17 + 83) \times 14 = 100 \times 14 = 1{,}400$.

Respuesta: **1,400**

Ejercicio 6 — Escribe el conjunto de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal

a) $10 + 3$

Suma de naturales con resultado natural (13): conjunto de los números naturales.

Respuesta: **Naturales**

b) -6×3

Interviene el negativo −6: conjunto de los números enteros (el resultado es −18).

Respuesta: **Enteros**

c) $12 - 15$

La resta da -3, que no es natural: conjunto de los números enteros.

Respuesta: Enteros

3.1 Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

P

1. Escribe los primeros 12 múltiplos para cada uno de los siguientes números:
   2:
   5:

   Responde:
   a) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 2 y 5? b) ¿Cuál es el menor de los múltiplos en **a**?

2. Escribe los divisores para cada uno de los siguientes números:
   18:
   24:

   Responde:
   a) ¿Cuáles son los divisores comunes de 18 y 24? b) ¿Cuál es el mayor de los divisores en **a**?

S

1. 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 y 24
   5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55 y 60

   a) 10 y 20 b) 10

2. 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18
   24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

   a) 1, 2, 3 y 6 b) 6

C

El menor de los múltiplos comunes de dos o más números se llama **mínimo común múltiplo** y su abreviatura es **mcm.**

Los pasos para calcularlo son:
1. Escribir los múltiplos de cada número.
2. Encontrar los múltiplos comunes.
3. Encontrar el menor de los múltiplos comunes.

El mayor de los divisores comunes de dos o más números se llama **máximo común divisor** y su abreviatura es **MCD.**

Los pasos para calcularlo son:
1. Escribir todos los divisores de cada número.
2. Encontrar los divisores comunes.
3. Encontrar el mayor de los divisores comunes.

1. Encuentra el mcm para los siguientes números.
   a) 6 y 9 **= 18** b) 5 y 10 **= 10** c) 3 y 5 **= 15** d) 3, 6 y 9 **= 18**

2. Encuentra el MCD para los siguientes números:
   a) 6 y 9 **= 3** b) 12 y 8 **= 4** c) 18 y 3 **= 3** d) 14, 21 y 28 **= 7**

Ejercicio 1 — Encuentra el mcm para los siguientes números

a) 6 y 9

Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36. Múltiplos de 9: 9, 18, 27, 36. Múltiplos comunes: 18, 36, ... El menor es 18. mcm(6, 9) = 18.

Respuesta: 18

b) 5 y 10

Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20. Múltiplos de 10: 10, 20, 30. Múltiplos comunes: 10, 20, ... El menor es 10. mcm(5, 10) = 10.

Respuesta: 10

c) 3 y 5

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18. Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20. Múltiplos comunes: 15, 30, ... El menor es 15. mcm(3, 5) = 15.

Respuesta: 15

d) 3, 6 y 9

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18. Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24. Múltiplos de 9: 9, 18, 27. Múltiplos comunes: 18, 36, ... El menor es 18. mcm(3, 6, 9) = 18.

Respuesta: 18

Ejercicio 2 — Encuentra el MCD para los siguientes números

a) 6 y 9

Divisores de 6: 1, 2, 3, 6. Divisores de 9: 1, 3, 9. Divisores comunes: 1, 3. El mayor es 3. MCD(6, 9) = 3.

Respuesta: 3

b) 12 y 8

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Divisores de 8: 1, 2, 4, 8. Divisores comunes: 1, 2, 4. El mayor es 4. MCD(12, 8) = 4.

Respuesta: 4

c) 18 y 3

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Divisores de 3: 1, 3. Divisores comunes: 1, 3. El mayor es 3. MCD(18, 3) = 3.

Respuesta: 3

d) 14, 21 y 28

Divisores de 14: 1, 2, 7, 14. Divisores de 21: 1, 3, 7, 21. Divisores de 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Divisores comunes: 1, 7. El mayor es 7. MCD(14, 21, 28) = 7.

Respuesta: 7

3.2 Relación entre los múltiplos y divisores de un número

Realiza lo que se pide en los siguientes numerales:

1. Copia y llena en tu cuaderno los espacios ___ con los divisores y múltiplos de 24 y 36.

Divisores de 24 | Múltiplos de 24

1, 2, 3, ___, ___, ___, ___, ___ **:24:** 24, 48, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ...

Divisores de 36 | Múltiplos de 36

1, 2, 3, ___, ___, ___, ___, ___, ___ **:36:** 36, 72, ___, ___, ___, ___, ___, ...

2. Según lo realizado en el numeral anterior, responde las siguientes preguntas:
   a) ¿Es 24 múltiplo de 4? ¿Es 4 divisor de 24?
   b) ¿Es 24 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 24?
   c) ¿Es 24 múltiplo de 24? ¿Es 24 divisor de 24?

3. Calcula el mcm y el MCD de 24 y 36.

4. ¿Es el mcm un múltiplo del MCD?

1. Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 **: 24 :** Múltiplos de 24: 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, ...

Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 **: 36 :** Múltiplos de 36: 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, ...

2. a) 24 es múltiplo de 4, 4 es divisor de 24.
   b) 24 es múltiplo de 1, 1 es divisor de 24.
   c) 24 es múltiplo de 24, 24 es divisor de 24.

3. mcm = 72, MCD = 12.

4. Se puede expresar el mcm como múltiplo del MCD, mcm = MCD × 6 porque 72 = 12 × 6, el mcm es múltiplo del MCD.

Con respecto a los múltiplos y divisores de un número, y el mcm y MCD de dos o más números, se cumple que

- Si un número es múltiplo de otro número, ese es divisor del primero.
- Cualquier número es múltiplo de 1 y 1 es divisor de cualquier número.
- Un número es tanto divisor como múltiplo de sí mismo.
- El mcm es múltiplo del MCD.

Copia en tu cuaderno y completa.

1. 4 es divisor de 20. Entonces, 20 es ___múltiplo___ de 4.
2. 8 es múltiplo de 2. Entonces, 2 es ___divisor___ de 8.
3. Cualquier número es múltiplo de _____. 1
4. ___1___ es divisor de cualquier número.
5. ¿6 es múltiplo de 6? Explica por qué. = Sí
6. ¿6 es divisor de 6? Explica por qué. = Sí
7. Para cada literal del ejercicio 2 de la clase anterior expresa el mcm de los números como un múltiplo de su MCD.

   a) 18 = 3 × 6 b) 24 = 4 × 6
   c) 18 = 3 × 6 d) 84 = 7 × 12

Ejercicio 1 — Copia en tu cuaderno y completa

1) 4 es divisor de 20. Entonces, 20 es _____ de 4.

Si 4 es divisor de 20, entonces 20 se obtiene multiplicando 4 por otro número (20 = 4 × 5): 20 es múltiplo de 4.

Respuesta: múltiplo

2) 8 es múltiplo de 2. Entonces, 2 es _____ de 8.

Si 8 es múltiplo de 2 (8 = 2 × 4), entonces 2 divide exactamente a 8: 2 es divisor de 8.

Respuesta: divisor

3) Cualquier número es múltiplo de _____.

Todo número se puede escribir como él mismo por 1 (por ejemplo, 7 = 7 × 1), y 1 es divisor de cualquier número: cualquier número es múltiplo de 1.

Respuesta: 1

4) _____ es divisor de cualquier número.

El 1 divide exactamente a cualquier número: 1 es divisor de cualquier número.

Respuesta: 1 (el uno)

5) ¿6 es múltiplo de 6? Explica por qué.

Sí. 6 = 6 × 1, y como establece la conclusión de la clase, un número es tanto divisor como múltiplo de sí mismo.

Respuesta: Sí, 6 es múltiplo de 6

6) ¿6 es divisor de 6? Explica por qué.

Sí. 6 ÷ 6 = 1 es exacto, y un número es tanto divisor como múltiplo de sí mismo.

Respuesta: Sí, 6 es divisor de 6

7a) Clase anterior, ejercicio 2 a) 6 y 9: expresa el mcm como múltiplo de su MCD.

mcm(6, 9) = 18 y MCD(6, 9) = 3. Como el mcm es múltiplo del MCD: 18 = 3 × 6, es decir, mcm = MCD × 6.

Respuesta: 18 = 3 × 6

7b) Clase anterior, ejercicio 2 b) 12 y 8: expresa el mcm como múltiplo de su MCD.

mcm(12, 8) = 24 y MCD(12, 8) = 4. 24 = 4 × 6, es decir, mcm = MCD × 6.

Respuesta: 24 = 4 × 6

7c) Clase anterior, ejercicio 2 c) 18 y 3: expresa el mcm como múltiplo de su MCD.

mcm(18, 3) = 18 y MCD(18, 3) = 3. 18 = 3 × 6, es decir, mcm = MCD × 6.

Respuesta: 18 = 3 × 6

7d) Clase anterior, ejercicio 2 d) 14, 21 y 28: expresa el mcm como múltiplo de su MCD.

mcm(14, 21, 28) = 84 y MCD(14, 21, 28) = 7. 84 = 7 × 12, es decir, mcm = MCD × 12.

Respuesta: 84 = 7 × 12

3.3 Números primos y compuestos

P

Copia la tabla en tu cuaderno y escribe todos los divisores de los números dados, después clasifica los números según la cantidad de divisores.

Número	Divisores	Número	Divisores
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

a) ¿Qué números tienen solo dos divisores?
b) ¿Qué números tienen más de dos divisores?

S

Número	Divisores	Número	Divisores
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

C

A los números que tienen solo dos divisores (el 1 y el mismo número) se les llama **números primos**. Ejemplo de estos números son los del literal **a**.

Los números que tienen más de dos divisores se llaman **números compuestos**. Ejemplos de estos números son los del literal **b**.

El 1 solo tiene 1 como divisor. El 1 no es número primo ni compuesto.

E

Eratóstenes ideó un método para encontrar números primos conocido como la Criba de Eratóstenes. Esta permite encontrar todos los números primos desde un valor inicial hasta un valor final. Se basa en eliminar de la lista los múltiplos de los números primos entre el valor inicial y final. Una vez acabado el proceso, los números que queden sin descartar serán primos. El proceso termina hasta llegar al primer número cuya potencia cuadrada es igual o mayor que el valor final.

a) Determina todos los números primos hasta el 100 utilizando la Criba de Eratóstones, auxiliándote de la tabla numerada del 1 al 100.

b) Clasifica los números 11, 23, 29, 42, 54, 75, 88, 91 en primos y compuestos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Solución.

a)

~~1~~	②	③	~~4~~	⑤	~~6~~	⑦	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

1. 1 no es un número primo. Se tacha.
2. 2 es primo.
3. Tachar todos los múltiplos de 2.
4. El siguiente número sin tachar es 3 y es primo.
5. Tachar todos los múltiplos de 3.
6. El siguiente número sin tachar es 5 y es primo.
6. Tachar todos los múltiplos de 5.
7. El siguiente número sin tachar es 7 y es primo.
8. Tachar todos los múltiplos de 7.
9. Los números que quedan sin tachar, son todos los números primos entre 1 y 100. Se termina el proceso porque el próximo primo será 11 el cuál supera a 10 y $10^2 = 100$.

b) Números primos: 11, 23 y 29.
Números compuestos: 42, 54, 75,88 y 91.

Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:
5, 9, 21, 23, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 41, 47, 49 y 53.

Primos: 5, 23, 31, 41, 47, 53
Compuestos: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 35, 36, 49

Ejercicio 1 — Clasifica los siguientes números en primos y compuestos: 5, 9, 21, 23, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 41, 47, 49 y 53

a) Números primos de la lista

Un número primo tiene solo dos divisores: el 1 y él mismo. Divisores: 5: 1, 5. 23: 1, 23. 31: 1, 31. 41: 1, 41. 47: 1, 47. 53: 1, 53. Son primos: 5, 23, 31, 41, 47 y 53.

Respuesta: 5, 23, 31, 41, 47, 53

b) Números compuestos de la lista

Un número compuesto tiene más de dos divisores. 9: 1, 3, 9. 21: 1, 3, 7, 21. 26: 1, 2, 13, 26. 27: 1, 3, 9, 27. 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. 33: 1, 3, 11, 33. 35: 1, 5, 7, 35. 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. 49: 1, 7, 49. Son compuestos: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 35, 36 y 49.

Respuesta: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 35, 36, 49

3.4 Descomposición en factores primos

P

Representa el número 24 como producto de números primos. Se pueden repetir números primos si se considera necesario.

El producto es el resultado de una multiplicación.

S

Para obtener los números primos de la multiplicación, se puede hacer el siguiente procedimiento:



Y así se sigue consecutivamente.

Por tanto, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$; de forma equivalente puedes representarlo como $24 = 2^3 \times 3$.

A los números en un producto se les llama **factores**.

C

Cualquier número compuesto puede ser expresado como producto de números primos. A este procedimiento se le llama **descomposición en factores primos**.

E

Llena el recuadro ☐ con el número correspondiente en la descomposición en factores primos de 36 y luego escribe el número como producto de factores primos.

36	☐
18	☐
9	☐
☐	☐
1	

24	☐
12	☐
6	☐
☐	☐
1	

Solución.

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2^2 \times 3^2$

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$24 = 2^3 \times 3$

Descompone en factores primos los siguientes números:

a) 12 $= 2^2 \times 3$ b) 16 $= 2^4$ c) 20 $= 2^2 \times 5$ d) 30 $= 2 \times 3 \times 5$ e) 35 $= 5 \times 7$

f) 56 $= 2^3 \times 7$ g) 50 $= 2 \times 5^2$ h) 54 $= 2 \times 3^3$ i) 64 $= 2^6$ j) 100 $= 2^2 \times 5^2$

Ejercicio 1 — Descompone en factores primos los siguientes números

a) Descompone 12 en factores primos

Descomposición sucesiva: 12 ÷ 2 = 6; 6 ÷ 2 = 3; 3 ÷ 3 = 1. 12 = 2 × 2 × 3 = $2^2 \times 3$.

Respuesta: $2^2 \times 3$

b) Descompone 16 en factores primos

Descomposición sucesiva: 16 ÷ 2 = 8; 8 ÷ 2 = 4; 4 ÷ 2 = 2; 2 ÷ 2 = 1. 16 = 2 × 2 × 2 × 2 = 2^4.

Respuesta: 2^4

c) Descompone 20 en factores primos

Descomposición sucesiva: 20 ÷ 2 = 10; 10 ÷ 2 = 5; 5 ÷ 5 = 1. 20 = 2 × 2 × 5 = $2^2 \times 5$.

Respuesta: $2^2 \times 5$

d) Descompone 30 en factores primos

Descomposición sucesiva: 30 ÷ 2 = 15; 15 ÷ 3 = 5; 5 ÷ 5 = 1. 30 = 2 × 3 × 5.

Respuesta: $2 \times 3 \times 5$

e) Descompone 35 en factores primos

Descomposición sucesiva: 35 ÷ 5 = 7; 7 ÷ 7 = 1. 35 = 5 × 7.

Respuesta: 5×7

f) Descompone 56 en factores primos

Descomposición sucesiva: 56 ÷ 2 = 28; 28 ÷ 2 = 14; 14 ÷ 2 = 7; 7 ÷ 7 = 1. 56 = 2 × 2 × 2 × 7 = $2^3 \times 7$.

Respuesta: $2^3 \times 7$

g) Descompone 50 en factores primos

Descomposición sucesiva: 50 ÷ 2 = 25; 25 ÷ 5 = 5; 5 ÷ 5 = 1. 50 = 2 × 5 × 5 = 2×5^2.

Respuesta: 2×5^2

h) Descompone 54 en factores primos

Descomposición sucesiva: 54 ÷ 2 = 27; 27 ÷ 3 = 9; 9 ÷ 3 = 3; 3 ÷ 3 = 1. 54 = 2 × 3 × 3 × 3 = 2×3^3.

Respuesta: 2×3^3

i) Descompone 64 en factores primos

Descomposición sucesiva: 64 ÷ 2 = 32; 32 ÷ 2 = 16; 16 ÷ 2 = 8; 8 ÷ 2 = 4; 4 ÷ 2 = 2; 2 ÷ 2 = 1. 64 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 = 2^6.

Respuesta: 2^6

j) Descompone 100 en factores primos

Descomposición sucesiva: 100 ÷ 2 = 50; 50 ÷ 2 = 25; 25 ÷ 5 = 5; 5 ÷ 5 = 1. 100 = 2 × 2 × 5 × 5 = $2^2 \times 5^2$.

Respuesta: $2^2 \times 5^2$

3.5 Máximo común divisor por descomposición en factores primos

El cálculo del MCD de 8 y 12 se hace de la siguiente manera:

Número	Divisores
8:	1, 2, 4, 8
12:	1, 2, 3, 4, 6, 12

Por tanto, el MCD de 8 y 12 es 4.

El proceso de descomposición en factores primos de 8 y 12 es:

8	2		12	2
4	2		6	2
2	2		3	3
1			1	

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

¿Cómo se calcula el MCD de 8 y 12 a partir de la descomposición de estos números?

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

El MCD de 8 y 12 se puede calcular multiplicando los primos comunes con el menor exponente de ambas descomposiciones. Es decir, $2 \times 2 = 2^2 = 4$.

El MCD de dos números se determina realizando los siguientes pasos:

1. Descomponer los dos números en sus factores primos.
2. Expresar si es posible, los números como producto de potencias de los números primos en cada descomposición.
3. Multiplicar las potencias de primos comunes en ambas descomposiciones que tengan el menor exponente.

Encuentra el MCD para 12 y 18 a través de la descomposición en factores primos.

Solución.

12	2		18	2
6	2		9	3
3	3		3	3
1			1	

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

$MCD = 2 \times 3 = 6$

Calcula el MCD por descomposición en factores primos.

a) 12 y 15 = 3 b) 9 y 27 = 9 c) 8 y 20 = 4 d) 12 y 16 = 4 e) 15 y 25 = 5

f) 6 y 14 = 2 g) 7 y 14 = 7 h) 6 y 8 = 2 i) 5 y 15 = 5 j) 9 y 12 = 3

Ejercicio 1 — Calcula el MCD por descomposición en factores primos

a) MCD de 12 y 15 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $12 = 2^2 \times 3$ y $15 = 3 \times 5$. Primos comunes con el menor exponente: 3. MCD = 3.

Respuesta: 3

b) MCD de 9 y 27 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $9 = 3^2$ y $27 = 3^3$. Primos comunes con el menor exponente: 3^2. MCD = 9.

Respuesta: 9

c) MCD de 8 y 20 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $8 = 2^3$ y $20 = 2^2 \times 5$. Primos comunes con el menor exponente: 2^2. MCD = 4.

Respuesta: 4

d) MCD de 12 y 16 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $12 = 2^2 \times 3$ y $16 = 2^4$. Primos comunes con el menor exponente: 2^2. MCD = 4.

Respuesta: 4

e) MCD de 15 y 25 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $15 = 3 \times 5$ y $25 = 5^2$. Primos comunes con el menor exponente: 5. MCD = 5.

Respuesta: 5

f) MCD de 6 y 14 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $6 = 2 \times 3$ y $14 = 2 \times 7$. Primos comunes con el menor exponente: 2. MCD = 2.

Respuesta: 2

g) MCD de 7 y 14 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $7 = 7$ y $14 = 2 \times 7$. Primos comunes con el menor exponente: 7. MCD = 7.

Respuesta: 7

h) MCD de 6 y 8 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $6 = 2 \times 3$ y $8 = 2^3$. Primos comunes con el menor exponente: 2. MCD = 2.

Respuesta: 2

i) MCD de 5 y 15 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $5 = 5$ y $15 = 3 \times 5$. Primos comunes con el menor exponente: 5. MCD = 5.

Respuesta: 5

j) MCD de 9 y 12 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $9 = 3^2$ y $12 = 2^2 \times 3$. Primos comunes con el menor exponente: 3. MCD = 3.

Respuesta: 3

3.6 Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos

El cálculo del mcm de 8 y 12 se hace de la siguiente manera:

Número	Múltiplos
8:	8, 16, 24, 32, 40, ...
12:	12, 24, 36, 48, ...

Por tanto, el mcm de 8 y 12 es 24.

Ahora observa el proceso de descomposición en factores primos de 8 y 12, luego escribe cómo calcular su mcm a partir de la descomposición:

8 | 2	12 | 2
4 | 2	6 | 2
2 | 2	3 | 3
1 |	1 |

Por lo que la descomposición en factores primos es:

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

$8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$

El mcm de 8 y 12 se puede calcular multiplicando los números primos diferentes en cada descomposición, en caso de haber primos comunes se toman solamente los de mayor exponente para la multiplicación. Es decir, $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$.

El mcm de dos números se determina por

1. Descomponer los dos números en sus factores primos.
2. Expresar si es posible, los números como producto de potencias de los números primos en cada descomposición.
3. Multiplicar las potencias de primos no comunes en la descomposición, en caso de haber primos comunes, solo se toman las potencias de primos con mayor exponente (si los comunes tienen el mismo exponente se toman solo una vez).

Encuentra el mcm de los números 20 y 24 a través de la descomposición en factores primos.

Solución.

20 | 2	24 | 2
10 | 2	12 | 2
5 | 5	6 | 2
1 |	3 | 3
	1 |

$20 = 2 \times 2 \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$

$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} = 2^3 \times 3$

$mcm = 2^3 \times 3 \times 5$

$= 120$

Calcula el mcm por descomposición en factores primos:

a) 12 y 18 = 60
b) 9 y 27 = 27
c) 8 y 20 = 40
d) 12 y 16 = 48
e) 15 y 20 = 75
f) 6 y 21 = 42
g) 7 y 14 = 14
h) 6 y 8 = 24
i) 5 y 15 = 15
j) 9 y 12 = 36

Ejercicio 1 — Calcula el mcm por descomposición en factores primos

a) mcm de 12 y 15 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $12 = 2^2 \times 3$ y $15 = 3 \times 5$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: $2^2 \times 3 \times 5$. mcm = 60.

Respuesta: 60

b) mcm de 9 y 27 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $9 = 3^2$ y $27 = 3^3$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: 3^3. mcm = 27.

Respuesta: 27

c) mcm de 8 y 20 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $8 = 2^3$ y $20 = 2^2 \times 5$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: $2^3 \times 5$. mcm = 40.

Respuesta: 40

d) mcm de 12 y 16 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $12 = 2^2 \times 3$ y $16 = 2^4$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: $2^4 \times 3$. mcm = 48.

Respuesta: 48

e) mcm de 15 y 25 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $15 = 3 \times 5$ y $25 = 5^2$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: 3×5^2. mcm = 75.

Respuesta: 75

f) mcm de 6 y 14 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $6 = 2 \times 3$ y $14 = 2 \times 7$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: $2 \times 3 \times 7$. mcm = 42.

Respuesta: 42

g) mcm de 7 y 14 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $7 = 7$ y $14 = 2 \times 7$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: 2×7. mcm = 14.

Respuesta: 14

h) mcm de 6 y 8 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $6 = 2 \times 3$ y $8 = 2^3$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: $2^3 \times 3$. mcm = 24.

Respuesta: 24

i) mcm de 5 y 15 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $5 = 5$ y $15 = 3 \times 5$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: 3×5. mcm = 15.

Respuesta: 15

j) mcm de 9 y 12 por descomposición en factores primos

Descomposiciones: $9 = 3^2$ y $12 = 2^2 \times 3$. Se multiplican todos los primos con el mayor exponente: $2^2 \times 3^2$. mcm = 36.

Respuesta: 36

3.7 Aplicación del mcm y MCD

P

Hay 126 niños y 12 maestros. Si se quiere formar la mayor cantidad de grupos y de manera equitativa (respecto a niños y maestros), ¿cuántos grupos se formarían?, ¿cuántos niños hay en cada grupo?

S

Como cada grupo debería de tener la misma cantidad de niños, entonces el número de grupos debe ser un divisor de la cantidad de niños, es decir, de 126. De la misma manera, el número de grupos debe ser divisor de la cantidad total de maestros, es decir, de 12. Por lo tanto, el número de grupos es un divisor común de 126 y 12, pero como se quiere la mayor cantidad de grupos, este divisor debe ser el máximo común divisor de 126 y 12.

La descomposición en factores primos es: $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

Entonces, MCD = $2 \times 3 = 6$.

Por lo tanto, se formarán 6 grupos y en cada grupo deben haber $126 \div 6 = 21$ niños.

C

Se puede utilizar el MCD y el mcm para resolver problemas del entorno.

E

Ana escribe a su abuela cada 15 días y a su tío cada 18 días. Si hoy le tocó escribirle a ambos, ¿dentro de cuántos días volverá a coincidir por primera vez en escribirles a su tío y su abuela?

Solución.

Si Ana escribe a su abuela cada 15 días, el número de días que deben pasar para que vuelva a escribirle debe ser un múltiplo de 15, de la misma forma si a su tío le escribe cada 18 días, el número de días que deben pasar para coincidir nuevamente, debe ser múltiplo de 18. Por lo tanto, el número de días que deben pasar es múltiplo de 15 y de 18; y como se quiere que sea la primera vez que coincida nuevamente, debe ser el mínimo común múltiplo.

Por lo que la descomposición en factores es:

$15 = 3 \times 5 = 3 \times 5$

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

Entonces, el mcm = $2 \times 3^2 \times 5 = 90$.

De tal forma que le tocará volver a escribirles el mismo día dentro de 90 días.

1. Se repartirán equitativamente 90 cuadernos y 72 lápices entre la mayor cantidad de niños que se pueda. ¿Entre cuántos niños se pueden repartir? ¿Cuántos cuadernos y cuántos lápices recibirá cada niño? **= 18 niños; 5 cuadernos y 4 lápices para cada uno**
2. Carlos hornea galletas y las empaqueta para venderlas; si ha hecho 90 galletas de vainilla y 60 de chocolate, y cada paquete debe ser idéntico, ¿cuál es el máximo número de paquetes que se pueden hacer?, ¿cuántas galletas de cada sabor debe tener un paquete cualquiera? **= 30 paquetes**
3. José va a jugar fútbol cada 6 días y Carlos cada 21 días. Si hoy coincidieron en ir a jugar, ¿cuántos días pasarán para que vuelvan a coincidir? **= 42 días**
4. Para la fiesta de cumpleaños de Julia se quieren comprar vasos y platos. Los vasos vienen en paquete de 6 unidades, mientras que los platos en paquetes de 8 unidades; considerando que el número de platos y vasos debe ser el mismo y el mínimo posible, ¿cuál es la cantidad de platos y vasos que se tendrán? **= 24 vasos y 24 platos**

Problema 2: en cada paquete van 3 galletas de vainilla y 2 de chocolate.

Ejercicio 1 — Problemas

1) Se repartirán equitativamente 90 cuadernos y 72 lápices entre la mayor cantidad de niños que se pueda. ¿Entre cuántos niños se pueden repartir? ¿Cuántos cuadernos y cuántos lápices recibirá cada niño?

El número de niños debe ser divisor común de 90 y de 72, y se busca el mayor: el MCD. Descomposiciones: $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ y $72 = 2^3 \times 3^2$. Primos comunes con menor exponente: $2 \times 3^2 = 18$. MCD(90, 72) = 18 niños. Cuadernos por niño: $90 \div 18 = 5$. Lápices por niño: $72 \div 18 = 4$.

Respuesta: **18 niños; 5 cuadernos y 4 lápices cada uno**

2) Carlos hornea galletas y las empaqueta para venderlas; si ha hecho 90 galletas de vainilla y 60 de chocolate, y cada paquete debe ser idéntico, ¿cuál es el máximo número de paquetes que se pueden hacer?, ¿cuántas galletas de cada sabor debe tener un paquete cualquiera?

El número de paquetes debe ser divisor común de 90 y de 60, y se busca el máximo: el MCD. Descomposiciones: $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ y $60 = 2^2 \times 3 \times 5$. Primos comunes con menor exponente: $2 \times 3 \times 5 = 30$. MCD(90, 60) = 30 paquetes. Galletas de vainilla por paquete: $90 \div 30 = 3$. De chocolate: $60 \div 30 = 2$.

Respuesta: **30 paquetes; 3 de vainilla y 2 de chocolate en cada uno**

3) José va a jugar fútbol cada 6 días y Carlos cada 21 días. Si hoy coincidieron en ir a jugar, ¿cuántos días pasarán para que vuelvan a coincidir?

Los días en que vuelve a jugar José son múltiplos de 6 y los de Carlos, múltiplos de 21; la primera coincidencia es el mínimo común múltiplo. Descomposiciones: $6 = 2 \times 3$ y $21 = 3 \times 7$. mcm $= 2 \times 3 \times 7 = 42$. Volverán a coincidir dentro de 42 días.

Respuesta: **42 días**

4) Para la fiesta de cumpleaños de Julia se quieren comprar vasos y platos. Los vasos vienen en paquetes de 6 unidades, mientras que los platos en paquetes de 8 unidades; considerando que el número de platos y vasos debe ser el mismo y el mínimo posible, ¿cuál es la cantidad de platos y vasos que se tendrán?

La cantidad común debe ser múltiplo de 6 y de 8, y se busca la mínima: el mcm. Descomposiciones: $6 = 2 \times 3$ y $8 = 2^3$. mcm $= 2^3 \times 3 = 24$. Se tendrán 24 vasos y 24 platos (4 paquetes de vasos y 3 paquetes de platos).

Respuesta: **24 vasos y 24 platos**

3.8 Practica lo aprendido

1. Para los siguiente literales:
   a) 2, 3 y 4 = 12 b) 3, 5 y 15 = 15

   1. Escribe los primeros 10 múltiplos de cada número.
   2. Escribe los múltiplos comunes.
   3. Encuentra el mcm.

2. Para los siguientes literales:
   a) 18, 24 y 36 = 6 b) 16, 24 y 32 = 8

   1. Escribe todos los divisores de cada número.
   2. Escribe los divisores comunes.
   3. Encuentra el MCD.

3. Completa el espacio en blanco y responde a la pregunta:
   6 es divisor de 12. Entonces, 12 es _____ de 6.
   24 es múltiplo de 8. Entonces, 8 es _____ de 24.
   ¿7 es múltiplo de 7? Explica por qué.
   12 es múltiplo de 6 · 8 es divisor de 24 · ¿7 es múltiplo de 7? Sí, porque 7 = 7 × 1

4. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:
   4, 7, 9, 13, 21, 27, 32, 37, 39 y 41.
   Primos: 7, 13, 37, 41
   Compuestos: 4, 9, 21, 27, 32, 39

5. Descompone en factores primos los siguientes números:
   a) 18 = 2×3^2 b) 40 = $2^3 \times 5$ c) 42 = $2 \times 3 \times 7$ d) 60 = $2^2 \times 3 \times 5$

6. Encuentra el MCD por descomposición en factores primos:
   a) 12 y 18 = 6 b) 9 y 15 = 3 c) 16 y 20 = 4 d) 24 y 36 = 12

7. Encuentra el mcm por descomposición en factores primos:
   a) 6 y 8 = 24 b) 5 y 10 = 10 c) 6 y 15 = 30 d) 12 y 15 = 60

8. Resuelve los siguientes problemas:
   a) Se tienen 20 dulces de fresa y 24 de piña y se reparten de tal manera que el número de dulces de cada sabor sea el mismo en cada bolsita, ¿cuál es el mayor número de bolsitas que se pueden hacer?, ¿cuántos dulces de cada sabor tiene cada bolsa? = 4 bolsitas; 5 de fresa y 6 de piña en cada una

   b) Hay una cinta que tiene una graduación en cada 8 cm y otra en cada 12 cm, ¿en cuántos cm coinciden las graduaciones por primera vez en ambas cintas? = 24 cm

Ejercicio 1 — Para los siguientes literales: 1. Escribe los primeros 10 múltiplos de cada número. 2. Escribe los múltiplos comunes. 3. Encuentra el mcm

a) 2, 3 y 4

Primeros 10 múltiplos — de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20. De 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30. De 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40. Múltiplos comunes: 12, 24, 36, ... El menor es el mcm: 12.

Respuesta: **mcm = 12**

b) 3, 5 y 15

Primeros 10 múltiplos — de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30. De 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50. De 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150. Múltiplos comunes: 15, 30, 45, ... El menor es el mcm: 15.

Respuesta: **mcm = 15**

Ejercicio 2 — Para los siguientes literales: 1. Escribe todos los divisores de cada número. 2. Escribe los divisores comunes. 3. Encuentra el MCD

a) 18, 24 y 36

Divisores — de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. De 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. De 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Divisores comunes: 1, 2, 3, 6. El mayor es el MCD: 6.

Respuesta: **MCD = 6**

b) 16, 24 y 32

Divisores — de 16: 1, 2, 4, 8, 16. De 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. De 32: 1, 2, 4, 8, 16, 32. Divisores comunes: 1, 2, 4, 8. El mayor es el MCD: 8.

Respuesta: **MCD = 8**

Ejercicio 3 — Completa el espacio en blanco y responde la pregunta

a) 6 es divisor de 12. Entonces, 12 es _____ de 6. 24 es múltiplo de 8. Entonces, 8 es _____ de 24. ¿7 es múltiplo de 7? Explica por qué.

Si 6 es divisor de 12, entonces 12 es múltiplo de 6 (12 = 6 × 2). Si 24 es múltiplo de 8, entonces 8 es divisor de 24 (24 = 8 × 3). ¿7 es múltiplo de 7? Sí, porque 7 = 7 × 1: todo número es múltiplo de sí mismo.

Respuesta: **múltiplo; divisor; sí, 7 = 7 × 1**

Ejercicio 4 — Clasifica los siguientes números en primos y compuestos: 4, 7, 9, 13, 21, 27, 32, 37, 39 y 41

a) Números primos de la lista

Con solo dos divisores (el 1 y ellos mismos): 7, 13, 37 y 41.

Respuesta: **7, 13, 37, 41**

b) Números compuestos de la lista

Con más de dos divisores: 4 (1, 2, 4), 9 (1, 3, 9), 21 (1, 3, 7, 21), 27 (1, 3, 9, 27), 32 (1, 2, 4, 8, 16, 32) y 39 (1, 3, 13, 39).

Respuesta: **4, 9, 21, 27, 32, 39**

Ejercicio 5 — Descompone en factores primos los siguientes números

a) Descompone 18 en factores primos

Descomposición sucesiva: 18 ÷ 2 = 9; 9 ÷ 3 = 3; 3 ÷ 3 = 1. 18 = 2 × 3 × 3 = 2 × 3^2.

Respuesta: **2 × 3^2**

b) Descompone 40 en factores primos

Descomposición sucesiva: 40 ÷ 2 = 20; 20 ÷ 2 = 10; 10 ÷ 2 = 5; 5 ÷ 5 = 1. 40 = 2 × 2 × 2 × 5 = $2^3 \times 5$.

Respuesta: $2^3 \times 5$

c) Descompone 42 en factores primos

Descomposición sucesiva: 42 ÷ 2 = 21; 21 ÷ 3 = 7; 7 ÷ 7 = 1. 42 = 2 × 3 × 7.

Respuesta: $2 \times 3 \times 7$

d) Descompone 60 en factores primos

Descomposición sucesiva: 60 ÷ 2 = 30; 30 ÷ 2 = 15; 15 ÷ 3 = 5; 5 ÷ 5 = 1. 60 = 2 × 2 × 3 × 5 = $2^2 \times 3 \times 5$.

Respuesta: $2^2 \times 3 \times 5$

Ejercicio 6 — Encuentra el MCD por descomposición en factores primos

a) MCD de 12 y 18

Descomposiciones: 12 = $2^2 \times 3$ y 18 = 2×3^2. Primos comunes con menor exponente: MCD = 6.

Respuesta: 6

b) MCD de 9 y 15

Descomposiciones: 9 = 3^2 y 15 = 3 × 5. Primos comunes con menor exponente: MCD = 3.

Respuesta: 3

c) MCD de 16 y 20

Descomposiciones: 16 = 2^4 y 20 = $2^2 \times 5$. Primos comunes con menor exponente: MCD = 4.

Respuesta: 4

d) MCD de 24 y 36

Descomposiciones: 24 = $2^3 \times 3$ y 36 = $2^2 \times 3^2$. Primos comunes con menor exponente: MCD = 12.

Respuesta: 12

Ejercicio 7 — Encuentra el mcm por descomposición en factores primos

a) mcm de 6 y 8

Descomposiciones: 6 = 2 × 3 y 8 = 2^3. Primos con mayor exponente: mcm = 24.

Respuesta: 24

b) mcm de 5 y 10

Descomposiciones: 5 = 5 y 10 = 2 × 5. Primos con mayor exponente: mcm = 10.

Respuesta: 10

c) mcm de 6 y 15

Descomposiciones: 6 = 2 × 3 y 15 = 3 × 5. Primos con mayor exponente: mcm = 30.

Respuesta: 30

d) mcm de 12 y 15

Descomposiciones: 12 = $2^2 \times 3$ y 15 = 3 × 5. Primos con mayor exponente: mcm = 60.

Respuesta: 60

Ejercicio 8 — Resuelve los siguientes problemas

a) Se tienen 20 dulces de fresa y 24 de piña y se reparten de tal manera que el número de dulces de cada sabor sea el mismo en cada bolsita, ¿cuál es el mayor número de bolsitas que se pueden hacer?, ¿cuántos dulces de cada sabor tiene cada bolsa?

El número de bolsitas debe ser divisor común de 20 y de 24, y se busca el mayor: el MCD. Descomposiciones: $20 = 2^2 \times 5$ y $24 = 2^3 \times 3$. Primos comunes con menor exponente: $2^2 = 4$. MCD(20, 24) = 4 bolsitas. Dulces de fresa por bolsita: $20 \div 4 = 5$. De piña: $24 \div 4 = 6$.

Respuesta: **4 bolsitas; 5 de fresa y 6 de piña en cada una**

b) Hay una cinta que tiene una graduación en cada 8 cm y otra en cada 12 cm, ¿en cuántos cm coinciden las graduaciones por primera vez en ambas cintas?

Las coincidencias son múltiplos comunes de 8 y de 12; la primera es el mcm. Descomposiciones: $8 = 2^3$ y $12 = 2^2 \times 3$. mcm $= 2^3 \times 3 = 24$. Coinciden por primera vez a los 24 cm.

Respuesta: **24 cm**