Unidad 5

Ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones de primer grado han sido históricamente una herramienta muy útil para la resolución de problemas del entorno en que el ser humano se desenvuelve, por ejemplo, los egipcios utilizaban un método llamado "falsa posición" y consistía en que para resolver una ecuación como $3x + 5x = 16$, sustituían por un valor $x = 4$ (como ejemplo) y esto da como resultado $3 \times 4 + 5 \times 4 = 32$ y luego se utilizaba la regla de 3 para calcular el valor verdadero de $x = \frac{4 \times 16}{32} = 2$.



Las aplicaciones de ecuaciones en el área de matemática financiera son muy importantes.

La solución general de una ecuación de primer grado fue planteada en la antigüedad en países como la India, y su utilización y aplicación en áreas científicas ha sido muy importante hasta la fecha en contextos como cálculo de velocidades y distancias para la ingeniería automotriz, porcentajes y descuentos, cálculo de herencias, cálculo de honorarios o salarios, ingeniería de sistemas, entre otros, por eso se vuelve un tema fundamental, ya que se utiliza en muchos ámbitos profesionales.

Durante la unidad se desarrollará el contenido sobre las propiedades y conceptos de las igualdades, métodos para la solución de una ecuación de primer grado con una incógnita, y sus respectivas aplicaciones en la solución de problemas del entorno, y que involucran proporciones y otros presaberes.

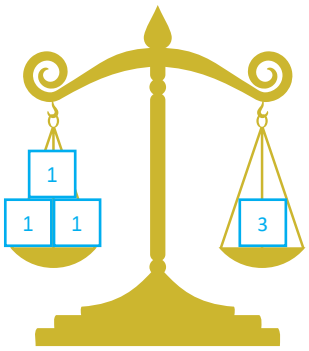
1.1 Igualdad de dos expresiones numéricas

P

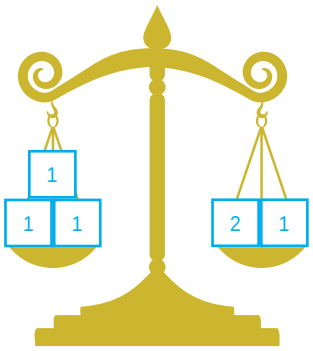
Observa las siguientes balanzas y escribe las igualdades representadas en cada una de ellas:



Balanza 1



Balanza 2



Balanza 3

S

3 = 3 | 1 + 1 + 1 = 3 | 1 + 1 + 1 = 2 + 1

C

El signo (=) es un símbolo matemático utilizado para representar la igualdad de dos expresiones numéricas.

E

Llena los espacios en blanco para que se cumpla la igualdad.

a) 6 + 1 = 5 + __ b) 8 − __ = 5 c) 2 + __ = 3 + __ d) 8 − __ = 4 + __

Solución.

a) 6 + 1 = 5 + 2 b) 8 − 3 = 5 c) 2 + 3 = 3 + 2 d) 8 − 3 = 4 + 1

En los literales c) y d) puede haber más de una solución, por lo que la presentada es solo una opción.

1. Llena los espacios en blanco para que se cumpla la igualdad.

a) 7 + 3 = 10 b) 4 + 5 = 9 c) 8 + 1 = 4 + 5

d) 12 − 7 = 5 e) 20 − 5 = 15 f) 3 − 0 = 5 − 2

2. Llena los recuadros con un número para que se cumpla la igualdad.

a) 5 = 5 b) 28 − 13 = 15 c) 20 − 3 = 17 d) 14 − 3 = 3 + 8

e) 15 − 3 = 7 + 5 f) 17 − 3 = 8 + 6 g) 19 − 3 = 9 + 7 h) 21 − 3 = 9 + 9

Ejercicio 1. Llena los espacios en blanco para que se cumpla la igualdad

a) 7 + __ = 10

El número que sumado a 7 da 10 es 10 − 7 = 3. La igualdad queda 7 + 3 = 10.

Respuesta: 3

b) __ + __ = 9

Hay varias parejas de números que suman 9; una opción es 4 y 5. La igualdad queda 4 + 5 = 9. (Como en el ejemplo del libro, puede haber más de una solución; la presentada es solo una opción).

Respuesta: 4 y 5 (una opción)

c) 8 + __ = 4 + __

Se busca que ambos miembros valgan lo mismo; una opción es sumar 1 en el miembro izquierdo y 5 en el derecho: 8 + 1 = 9 y 4 + 5 = 9. La igualdad queda 8 + 1 = 4 + 5. (Puede haber más de una solución; la presentada es solo una opción).

Respuesta: 1 y 5 (una opción)

d) 12 − __ = 5

El número que restado a 12 da 5 es 12 − 5 = 7. La igualdad queda 12 − 7 = 5.

Respuesta: 7

e) 20 − __ = 15

El número que restado a 20 da 15 es 20 − 15 = 5. La igualdad queda 20 − 5 = 15.

Respuesta: 5

f) 3 − __ = 5 − __

Se busca que ambas restas den el mismo resultado; una opción es restar 0 en el miembro izquierdo y 2 en el derecho: 3 − 0 = 3 y 5 − 2 = 3. La igualdad queda 3 − 0 = 5 − 2. (Puede haber más de una solución; la presentada es solo una opción).

Respuesta: 0 y 2 (una opción)

Ejercicio 2. Llena los recuadros con un número para que se cumpla la igualdad

a) □ = 5

El recuadro debe contener el mismo número que está en el miembro derecho: 5.

Respuesta: 5

b) □ − 13 = 15

El número que al restarle 13 da 15 es 15 + 13 = 28. La igualdad queda 28 − 13 = 15.

Respuesta: 28

c) □ − □ = 17

Se buscan dos números cuya resta sea 17; una opción es 20 y 3: 20 − 3 = 17. (Puede haber más de una solución; la presentada es solo una opción).

Respuesta: 20 y 3 (una opción)

d) □ − □ = 3 + 8

El miembro derecho vale 3 + 8 = 11; se buscan dos números cuya resta sea 11, por ejemplo 14 y 3: 14 − 3 = 11. La igualdad queda 14 − 3 = 3 + 8. (Puede haber más de una solución).

Respuesta: 14 y 3 (una opción)

e) □ − □ = 7 + 5

El miembro derecho vale 7 + 5 = 12; se buscan dos números cuya resta sea 12, por ejemplo 15 y 3: 15 − 3 = 12. La igualdad queda 15 − 3 = 7 + 5. (Puede haber más de una solución).

Respuesta: 15 y 3 (una opción)

f) □ − □ = 8 + 6

El miembro derecho vale 8 + 6 = 14; se buscan dos números cuya resta sea 14, por ejemplo 17 y 3: 17 − 3 = 14. La igualdad queda 17 − 3 = 8 + 6. (Puede haber más de una solución).

Respuesta: 17 y 3 (una opción)

g) □ − □ = 9 + 7

El miembro derecho vale 9 + 7 = 16; se buscan dos números cuya resta sea 16, por ejemplo 19 y 3: 19 − 3 = 16. La igualdad queda 19 − 3 = 9 + 7. (Puede haber más de una solución).

Respuesta: 19 y 3 (una opción)

h) □ − □ = 9 + 9

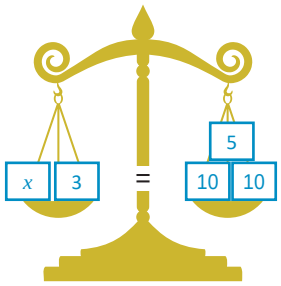
El miembro derecho vale 9 + 9 = 18; se buscan dos números cuya resta sea 18, por ejemplo 21 y 3: 21 − 3 = 18. La igualdad queda 21 − 3 = 9 + 9. (Puede haber más de una solución).

Respuesta: 21 y 3 (una opción)

1.2 Igualdad de dos expresiones algebraicas

P

Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en los platillos de la siguiente balanza.



S

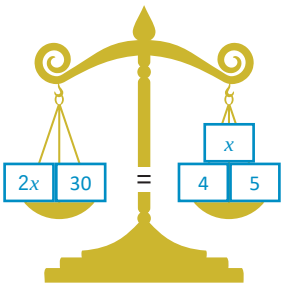
$x + 3 = 10 + 10 + 5$

C

Para escribir simbólicamente que dos expresiones algebraicas representan el mismo valor también se usa el signo (=).

E

Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en los platillos de la siguiente balanza.

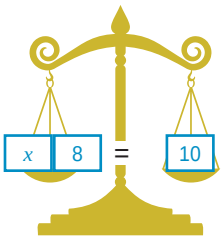


Solución.

$2x + 30 = x + 4 + 5$

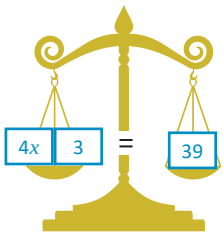
Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en las siguientes balanzas:

a)



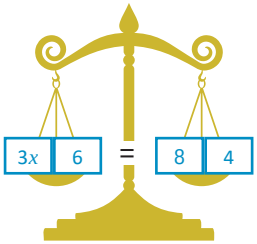
x + 8 = 10

b)



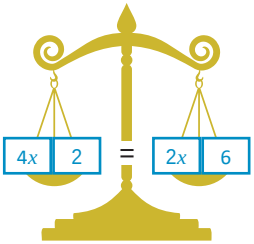
4x + 3 = 39

c)



3x + 6 = 8 + 4

d)



4x + 2 = 2x + 6

Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en las siguientes balanzas

a) Balanza a): en un platillo hay x y 8; en el otro, 10

Se escriben las expresiones de cada platillo unidas por el signo igual: el platillo con x y 8 se escribe x + 8, y el otro platillo es 10.

Respuesta: **x + 8 = 10**

b) Balanza b): en un platillo hay 4x y 3; en el otro, 39

El platillo con 4x y 3 se escribe 4x + 3, y el otro platillo es 39.

Respuesta: **4x + 3 = 39**

c) Balanza c): en un platillo hay 3x y 6; en el otro, 8 y 4

El platillo con 3x y 6 se escribe 3x + 6, y el platillo con 8 y 4 se escribe 8 + 4.

Respuesta: **3x + 6 = 8 + 4**

d) Balanza d): en un platillo hay 4x y 2; en el otro, 2x y 6

El platillo con 4x y 2 se escribe 4x + 2, y el platillo con 2x y 6 se escribe 2x + 6.

Respuesta: **4x + 2 = 2x + 6**

2.1 Solución de una ecuación

P

Una persona llega a la ventanilla de un banco para cobrar un cheque de 470 dólares. Después de recibir 300 dólares en billetes de 100, la cajera le informa que solo tiene billetes de 5 dólares. ¿Cuántos billetes de 5 dólares recibirá?



Representa el total de dinero con billetes de $5.

Si se usa x para representar el número total de billetes de $5, se puede formar una igualdad usando números y una variable. Como hay que igualar el total de billetes de 100 y 5 dólares con 470 dólares, se puede formar la siguiente igualdad: $5x + 300 = 470$.

Para encontrar la cantidad de billetes de 5 dólares, se necesita conocer el valor de x en la igualdad: $5x + 300 = 470$.

S

Para encontrar el valor de x se puede sustituir algunos valores aproximados y al efectuar la operación se debe verificar si cumple con el valor que se encuentra en el miembro derecho (470).

Valor de x	Miembro izquierdo $5x + 300$	Resultado del miembro izquierdo
si $x = 31$	$5 \times 31 + 300$	455
si $x = 32$	$5 \times 32 + 300$	460
si $x = 33$	$5 \times 33 + 300$	465
si $x = 34$	$5 \times 34 + 300$	470
si $x = 35$	$5 \times 35 + 300$	475
si $x = 36$	$5 \times 36 + 300$	480

Cuando el valor de x es 34, el valor que se tiene en el miembro izquierdo es igual al valor del miembro derecho, por tanto, se cumple la igualdad matemática establecida en la ecuación. Con lo que se concluye que se recibirán 34 billetes de 5 dólares.

C

La igualdad de dos expresiones matemáticas que incluye una variable se llama **ecuación.** En una ecuación al valor desconocido que se representa por una variable se llama **incógnita.** El valor numérico de la incógnita que cumple con la igualdad se llama solución de la ecuación y al proceso para encontrarla se le llama **resolver la ecuación.**

¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de 5? (Sustituye el valor)

a) $2x + 3 = 11$
$2 \times 5 + 3 = 11$
$10 + 3 = 11$
$13 \neq 11$

b) $3x - 8 = 7$
Sí es solución

c) $8x + 9 = 17$
No es solución

d) $4x - 8 = 4$
No es solución

Por tanto, 5 no es solución de la ecuación del literal **a**.

¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de 5? (Sustituye el valor)

b) $3x - 8 = 7$

Se sustituye $x = 5$ en el miembro izquierdo: $3(5) - 8 = 15 - 8 = 7$, que es igual al miembro derecho. Sí se cumple la igualdad.

Respuesta: **Sí es solución**

c) $8x + 9 = 17$

Se sustituye $x = 5$ en el miembro izquierdo: $8(5) + 9 = 40 + 9 = 49$, que es diferente del miembro derecho (17). No se cumple la igualdad.

Respuesta: **No es solución**

d) $4x - 8 = 4$

Se sustituye $x = 5$ en el miembro izquierdo: $4(5) - 8 = 20 - 8 = 12$, que es diferente del miembro derecho (4). No se cumple la igualdad.

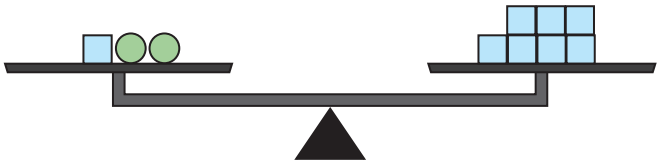
Respuesta: **No es solución**

2.2 Propiedades de la igualdad

P

Dada la ecuación $2x + 1 = 7$, determina el valor de x, imaginando la ecuación como el equilibrio de una balanza. Una x se representa con una bolita y una unidad con un cubo.

$2x + 1 = 7$

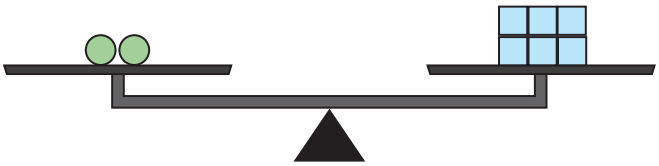


Puedes quitar objetos en cada lado de la balanza procurando mantener el equilibrio.

S

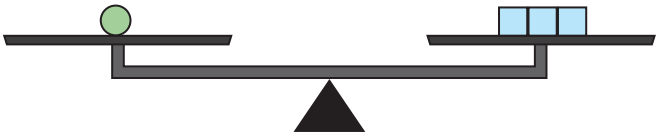
↓ ... Quitando un cubo en ambos lados de la balanza.

$2x = 6$



↓ ... Quitando una bolita a un lado y los tres cubos que le corresponden en el otro.

$x = 3$



C

Una igualdad matemática se mantiene cuando:

1. En ambos miembros se suma el mismo número o expresión. Si A = B, entonces A + C = B + C.
2. En ambos miembros se resta el mismo número o expresión. Si A = B, entonces A − C = B − C.
3. En ambos miembros se multiplica el mismo número o expresión. Si A = B, entonces A × C = B × C.
4. En ambos miembros se divide por el mismo número (diferente de cero) o expresión. Si A = B, y C diferente de cero, entonces A ÷ C = B ÷ C.
5. Se intercambia el miembro izquierdo y derecho. Si A = B entonces B = A.

A las afirmaciones anteriores se les llama **propiedades de una igualdad**.

E

Escribe la propiedad utilizada en la solución de la siguiente ecuación en el paso de color rojo:

$3x + 2 = 41$

$3x + 2 - 2 = 41 - 2$ ... Propiedad 2

$3x = 39$

$3x \div 3 = 39 \div 3$ ... Propiedad 4

$x = 13$

Escribe la propiedad utilizada en la solución de las siguientes ecuaciones en el paso de color rojo:

a) $5x + 4 = 49$

$5x + 4 - 4 = 49 - 4$ ... **Propiedad 2**

$5x = 45$

$5x \div 5 = 45 \div 5$ ... **Propiedad 4**

$x = 9$

b) $\frac{1}{2}x - 1 = 5$

$\frac{1}{2}x - 1 + 1 = 5 + 1$ ... **Propiedad 1**

$\frac{1}{2}x = 6$

$\frac{1}{2}x \times 2 = 6 \times 2$ ... **Propiedad 3**

$x = 12$

Escribe la propiedad utilizada en la solución de las siguientes ecuaciones en el paso de color rojo

a) $5x + 4 = 49$

En el primer paso en rojo se resta 4 en ambos miembros ($5x + 4 - 4 = 49 - 4$): es la Propiedad 2. En el segundo paso en rojo se divide ambos miembros entre 5 ($5x \div 5 = 45 \div 5$): es la Propiedad 4.

Respuesta: **Primer paso: Propiedad 2; segundo paso: Propiedad 4**

b) $1/2\ x - 1 = 5$

En el primer paso en rojo se suma 1 en ambos miembros ($1/2\ x - 1 + 1 = 5 + 1$): es la Propiedad 1. En el segundo paso en rojo se multiplica ambos miembros por 2 ($1/2\ x \times 2 = 6 \times 2$): es la Propiedad 3.

Respuesta: **Primer paso: Propiedad 1; segundo paso: Propiedad 3**

2.3 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 1 de las igualdades

P

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - 3 = 2$ b) $-6 + x = 1$ c) $x - 7 = -4$ d) $x - 4 = -8$

S

a) $x - 3 = 2$
$x - 3 + 3 = 2 + 3$
$x = 5$
Se suma 3 en ambos miembros.

b) $-6 + x = 1$
$-6 + x + 6 = 1 + 6$
$x = 7$
Se suma 6 en ambos miembros.

c) $x - 7 = -4$
$x - 7 + 7 = -4 + 7$
$x = 3$
Se suma 7 en ambos miembros.

d) $x - 4 = -8$
$x - 4 + 4 = -8 + 4$
$x = -4$
Se suma 4 en ambos miembros.

C

Para resolver ecuaciones como las anteriores se aplica la **Propiedad 1** de una igualdad, se suma en ambos miembros un mismo número, de manera que solo quede la incógnita en un miembro de la ecuación.

Por ejemplo:

$$x - 3 = 2$$
$$x - 3 + 3 = 2 + 3$$

En la clase 2.2 se aprendió a transformar la ecuación de tal forma que x se encuentre en un miembro y un número en el otro miembro, por ejemplo: $x = 5$, $x = 7$, $x = 3$ y $x = -4$ a este proceso se le llama resolver la ecuación, y también recibe el nombre de "despejar x".

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x - 4 = 3$
$x - 4 + \boxed{4} = 3 + \boxed{4}$
$x = 7$

b) $-2 + x = 4$
$-2 + x \boxed{+} 2 = 4 \boxed{+} 2$
$x = 6$

c) $x - 7 = -2$
$x - 7 + 7 = -2 + 7$
$x = \boxed{5}$

d) $x - 3 = -8$
$x - 3 + \boxed{3} = -8 + \boxed{3}$
$x = -5$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - 4 = 5$ **x = 9** b) $-7 + x = 3$ **x = 10** c) $x - 9 = -5$ **x = 4** d) $x - 6 = -10$ **x = –4**

Ejercicio 1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones

a) $x - 4 = 3$

Para despejar x se suma 4 en ambos miembros (propiedad 1): $x - 4 + 4 = 3 + 4$, de donde $x = 7$. Los espacios se completan con 4 y 4.

Respuesta: 4 y 4 (x = 7)

b) $-2 + x = 4$

Para despejar x se suma 2 en ambos miembros (propiedad 1): $-2 + x + 2 = 4 + 2$, de donde $x = 6$. Los espacios se completan con el signo + (se suma 2).

Respuesta: + y + (x = 6)

c) $x - 7 = -2$

Ya está aplicada la suma de 7 en ambos miembros: $x - 7 + 7 = -2 + 7$; al operar el miembro derecho se obtiene $x = 5$. El espacio se completa con 5.

Respuesta: 5

d) $x - 3 = -8$

Para despejar x se suma 3 en ambos miembros (propiedad 1): $x - 3 + 3 = -8 + 3$, de donde $x = -5$. Los espacios se completan con 3 y 3.

Respuesta: 3 y 3 (x = −5)

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $x - 4 = 5$

Se suma 4 en ambos miembros (propiedad 1): $x - 4 + 4 = 5 + 4$. Entonces $x = 9$. Comprobación: $9 - 4 = 5$.

Respuesta: x = 9

b) $-7 + x = 3$

Se suma 7 en ambos miembros (propiedad 1): $-7 + x + 7 = 3 + 7$. Entonces $x = 10$. Comprobación: $-7 + 10 = 3$.

Respuesta: x = 10

c) $x - 9 = -5$

Se suma 9 en ambos miembros (propiedad 1): $x - 9 + 9 = -5 + 9$. Entonces $x = 4$. Comprobación: $4 - 9 = -5$.

Respuesta: x = 4

d) $x - 6 = -10$

Se suma 6 en ambos miembros (propiedad 1): $x - 6 + 6 = -10 + 6$. Entonces $x = -4$. Comprobación: $-4 - 6 = -10$.

Respuesta: x = −4

2.4 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 2 de las igualdades

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 2 = 3$ b) $4 + x = 9$ c) $x + 7 = 4$ d) $x + 4 = -8$

Despejar la incógnita consiste en llegar a una expresión de la forma $x = \square$, es decir que x tenga coeficiente 1.

¿Qué número se debe restar para despejar x ?

a) $x + 2 = 3$

$x + 2 - 2 = 3 - 2$

$x = 1$

Se resta 2 en ambos miembros.

b) $4 + x = 9$

$4 + x - 4 = 9 - 4$

$x = 5$

Se resta 4 en ambos miembros.

c) $x + 7 = 4$

$x + 7 - 7 = 4 - 7$

$x = -3$

Se resta 7 en ambos miembros.

d) $x + 4 = -8$

$x + 4 - 4 = -8 - 4$

$x = -12$

Se resta 4 en ambos miembros.

Para resolver ecuaciones como las anteriores se aplica la **Propiedad 2** de una igualdad, es decir se resta en ambos miembros un mismo número, de manera que solo quede la incógnita en un miembro de la ecuación.

Por ejemplo:

$$x + 2 = 3$$
$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x + 4 = 5$

$x + 4 - \boxed{4} = 5 - \boxed{4}$

$x = 1$

b) $2 + x = 4$

$2 + x \ \boxed{-}\ 2 = 4 \ \boxed{-}\ 2$

$x = 2$

c) $x + 7 = 2$

$x + 7 - 7 = 2 - 7$

$x = \boxed{-5}$

d) $x + 3 = -8$

$x + 3 - \boxed{3} = -8 - \boxed{3}$

$x = \boxed{-11}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 8 = 13$ x = 5

b) $7 + x = 10$ x = 3

c) $x + 9 = 5$ x = –4

d) $x + 6 = -10$ x = –16

Unidad 5

Ejercicio 1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones

a) $x + 4 = 5$

Para despejar x se resta 4 en ambos miembros (propiedad 2): $x + 4 - 4 = 5 - 4$, de donde $x = 1$. Los espacios se completan con 4 y 4.

Respuesta: **4 y 4 (x = 1)**

b) $2 + x = 4$

Para despejar x se resta 2 en ambos miembros (propiedad 2): $2 + x - 2 = 4 - 2$, de donde $x = 2$. Los espacios se completan con el signo − (se resta 2).

Respuesta: **− y − (x = 2)**

c) $x + 7 = 2$

Ya está aplicada la resta de 7 en ambos miembros: $x + 7 - 7 = 2 - 7$; al operar el miembro derecho se obtiene $x = -5$. El espacio se completa con −5.

Respuesta: **−5**

d) $x + 3 = -8$

Para despejar x se resta 3 en ambos miembros (propiedad 2): $x + 3 - 3 = -8 - 3$, de donde $x = -11$. Los espacios se completan con 3, 3 y −11.

Respuesta: **3, 3 y −11**

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $x + 8 = 13$

Se resta 8 en ambos miembros (propiedad 2): $x + 8 - 8 = 13 - 8$. Entonces $x = 5$. Comprobación: $5 + 8 = 13$.

Respuesta: **x = 5**

b) $7 + x = 10$

Se resta 7 en ambos miembros (propiedad 2): $7 + x - 7 = 10 - 7$. Entonces $x = 3$. Comprobación: $7 + 3 = 10$.

Respuesta: **x = 3**

c) $x + 9 = 5$

Se resta 9 en ambos miembros (propiedad 2): $x + 9 - 9 = 5 - 9$. Entonces $x = -4$. Comprobación: $-4 + 9 = 5$.

Respuesta: **x = −4**

d) $x + 6 = -10$

Se resta 6 en ambos miembros (propiedad 2): $x + 6 - 6 = -10 - 6$. Entonces $x = -16$. Comprobación: $-16 + 6 = -10$.

Respuesta: **x = −16**

2.5 Método de transposición de términos

Resuelve la ecuación: $x - 3 = 4$.

Paso 1
A x se le resta 3 y esto es igual a 4.

$$x - 3 = 4$$

Paso 2
Se suma 3 en ambos miembros para preservar la igualdad matemática.

$$x - 3 + 3 = 4 + 3$$

Paso 3
−3 y 3 se eliminan en el miembro izquierdo y solo queda la incógnita; en el miembro derecho solo quedan cantidades conocidas.

$$x = 4 + 3$$
$$x = 7$$

Observa que en el paso 3, el 3 está sumando en el miembro derecho.

Para la ecuación anterior el número 3 restaba en el miembro izquierdo y pasó al miembro derecho a sumar:

$$x - 3 = 4$$
$$x = 4 + 3$$

Se puede resolver una ecuación realizando directamente del paso 1 al 3. Cuando un término pasa de un miembro al otro con el signo cambiado se le llama **transposición de término.**

Resuelve por transposición la ecuación:

Al resolver la ecuación se tiene: $x + 5 = 12$

$$x + 5 = 12$$
$$x = 12 - 5$$
$$x = 7$$

El 5 estaba sumando en el miembro izquierdo y pasa al miembro derecho restando.

Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones:

a) $x - 5 = 2$
$x = 2 + 5$
$x = 7$

b) $x - 1 = 3$ **x = 4**

c) $-1 + x = 3$ **x = 4**

d) $-2 + x = 4$ **x = 6**

e) $x + 3 = 5$
$x = 5 - 3$
$x = 2$

f) $x + 6 = 8$ **x = 2**

g) $4 + x = 5$ **x = 1**

h) $2 + x = 4$ **x = 2**

Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones

a) $x - 5 = 2$

El −5 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a sumar: x = 2 + 5. Entonces x = 7. Los espacios se completan con 5 y 7. Comprobación: 7 − 5 = 2.

Respuesta: x = 7

b) $x - 1 = 3$

El −1 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a sumar: x = 3 + 1. Entonces x = 4. Comprobación: 4 − 1 = 3.

Respuesta: x = 4

c) $-1 + x = 3$

El −1 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a sumar: x = 3 + 1. Entonces x = 4. Comprobación: −1 + 4 = 3.

Respuesta: x = 4

d) $-2 + x = 4$

El −2 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a sumar: x = 4 + 2. Entonces x = 6. Comprobación: −2 + 6 = 4.

Respuesta: x = 6

e) $x + 3 = 5$

El +3 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a restar: x = 5 − 3. Entonces x = 2. Los espacios se completan con 3 y 2. Comprobación: 2 + 3 = 5.

Respuesta: x = 2

f) $x + 6 = 8$

El +6 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a restar: x = 8 − 6. Entonces x = 2. Comprobación: 2 + 6 = 8.

Respuesta: x = 2

g) $4 + x = 5$

El +4 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a restar: x = 5 − 4. Entonces x = 1. Comprobación: 4 + 1 = 5.

Respuesta: x = 1

h) $2 + x = 4$

El +2 del miembro izquierdo pasa al miembro derecho a restar: x = 4 − 2. Entonces x = 2. Comprobación: 2 + 2 = 4.

Respuesta: x = 2

2.6 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 3 de las igualdades

P

Resuelve las siguientes ecuaciones :

a) $\frac{1}{5}x = 10$ b) $\frac{2}{3}x = 6$ c) $-\frac{x}{2} = 6$

¿Qué operación se debe aplicar en ambos miembros para despejar x? (Despejar x implica que tenga coeficiente 1).

S

a) $\frac{1}{5}x = 10$

$\frac{1}{5}x \times 5 = 10 \times 5$

$x = 50$

Se multiplica por 5 en ambos miembros.

b) $\frac{2}{3}x = 6$

$\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} = 6 \times \frac{3}{2}$

$x = \frac{18}{2}$

$x = 9$

Se multiplica por $\frac{3}{2}$ en ambos miembros.

c) $-\frac{x}{2} = 6$

$-\frac{1}{2}x = 6$

$-\frac{1}{2}x \times (-2) = 6 \times (-2)$

$x = -12$

Se multiplica por –2 en ambos miembros.

C

Para resolver ecuaciones aplicando la **Propiedad 3** de las igualdades, se multiplica ambos miembros por el recíproco del coeficiente de la incógnita. En el caso de que el coeficiente que acompaña a la incógnita sea una fracción, primero se representa como la multiplicación de un número fraccionario por la incógnita y luego, se realiza la multiplicación del recíproco del número fraccionario en ambos miembros.

Una regla práctica para despejar la incógnita en los casos presentados anteriormente es escribir a la incógnita con coeficiente 1 y multiplicar el otro miembro por el recíproco del coeficiente que tenía la incógnita originalmente.

Por ejemplo:

$\frac{1}{5}x = 10$

$x = 10 \times 5$

$x = 50$

1. Completa el recuadro en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{9}x = 2$

$\frac{1}{9}x \times \boxed{9} = 2 \times \boxed{9}$

$x = 18$

b) $\frac{x}{3} = -7$

$\frac{1}{3}x = -7$

$\frac{1}{3}x \times \boxed{3} = -7 \times \boxed{3}$

$x = -21$

c) $-\frac{1}{6}x = 3$

$-\frac{x}{6} \times \boxed{-6} = 3 \times \boxed{-6}$

$x = \boxed{-18}$

d) $-\frac{2x}{3} = -8$

$-\frac{2}{3}x = -8$

$-\frac{2}{3}x \times \boxed{-3/2} = -8 \times \boxed{-3/2}$

$x = 12$

e) $\frac{1}{4}x = 2$

$x = 2 \times \boxed{4}$

$x = 8$

f) $\frac{x}{3} = -5$

$x = -5 \times \boxed{3}$

$x = -15$

g) $-\frac{1}{5}x = 4$

$x = 4 \times \boxed{-5/1}$

$x = -20$

h) $-\frac{3x}{5} = -6$

$x = -6 \times \boxed{-5}$

$x = 10$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{4}x = 3$ x = 12

b) $\frac{x}{4} = 9$ x = 36

c) $-\frac{2}{7}x = 4$ x = –14

d) $-\frac{5x}{4} = -10$ x = 8

Unidad 5

Ejercicio 1. Completa el recuadro en las soluciones de las siguientes ecuaciones

a) $1/9\ x = 2$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de 1/9, que es 9 (propiedad 3): $1/9\ x \times 9 = 2 \times 9$, de donde $x = 18$. Los recuadros se completan con 9 y 9.

Respuesta: 9 y 9 (x = 18)

b) $x/3 = -7$

Primero se escribe $x/3 = 1/3\ x$. Se multiplica ambos miembros por el recíproco de 1/3, que es 3: $1/3\ x \times 3 = -7 \times 3$, de donde $x = -21$. Los recuadros se completan con 3 y 3.

Respuesta: 3 y 3 (x = −21)

c) $-1/6\ x = 3$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de −1/6, que es −6 (propiedad 3): $-1/6\ x \times (-6) = 3 \times (-6)$, de donde $x = -18$. Los recuadros se completan con −6, −6 y −18.

Respuesta: −6, −6 y −18

d) $-2/3\ x = -8$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de −2/3, que es −3/2 (propiedad 3): $-2/3\ x \times (-3/2) = -8 \times (-3/2)$, de donde $x = 12$. Los recuadros se completan con −3/2 y −3/2.

Respuesta: −3/2 y −3/2 (x = 12)

e) $1/4\ x = 2$

Por la regla práctica, se multiplica el otro miembro por el recíproco de 1/4, que es 4: $x = 2 \times 4$, de donde $x = 8$. El recuadro se completa con 4.

Respuesta: 4 (x = 8)

f) $x/3 = -5$

Se escribe $x/3 = 1/3\ x$ y se multiplica el otro miembro por el recíproco de 1/3, que es 3: $x = -5 \times 3$, de donde $x = -15$. El recuadro se completa con 3.

Respuesta: 3 (x = −15)

g) $-1/5\ x = 4$

Por la regla práctica, se multiplica el otro miembro por el recíproco de −1/5, que es −5: $x = 4 \times (-5)$, de donde $x = -20$. El recuadro se completa con −5.

Respuesta: −5 (x = −20)

h) $-3x/5 = -6$

Se escribe $-3x/5 = -3/5\ x$ y se multiplica el otro miembro por el recíproco de −3/5, que es −5/3: $x = -6 \times (-5/3)$, de donde $x = 10$. El recuadro se completa con −5/3.

Respuesta: −5/3 (x = 10)

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $1/4\ x = 3$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de 1/4, que es 4: $x = 3 \times 4$. Entonces $x = 12$. Comprobación: $1/4\ (12) = 3$.

Respuesta: x = 12

b) $x/4 = 9$

Se escribe $x/4 = 1/4\ x$ y se multiplica ambos miembros por 4: $x = 9 \times 4$. Entonces $x = 36$. Comprobación: $36/4 = 9$.

Respuesta: **$x = 36$**

c) $-2/7\ x = 4$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de $-2/7$, que es $-7/2$: $x = 4 \times (-7/2)$. Entonces $x = -14$. Comprobación: $-2/7\ (-14) = 4$.

Respuesta: **$x = -14$**

d) $-5x/4 = -10$

Se escribe $-5x/4 = -5/4\ x$ y se multiplica ambos miembros por el recíproco de $-5/4$, que es $-4/5$: $x = -10 \times (-4/5)$. Entonces $x = 8$. Comprobación: $-5(8)/4 = -10$.

Respuesta: **$x = 8$**

2.7 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 4 de las igualdades

P

Resuelve la siguiente ecuación: $7x = -21$.

Un número multiplicado por su "recíproco" es 1.

S

Para resolver la ecuación se divide ambos miembros por el coeficiente de la incógnita. De manera alternativa se puede aplicar la propiedad 3 utilizando el proceso visto en la clase anterior.

Aplicando la propiedad 4

$$7x = -21$$
$$7x \div 7 = -21 \div 7$$
$$x = -3$$

Aplicando la propiedad 3

$$7x = -21$$
$$7x \times \frac{1}{7} = -21 \times \frac{1}{7}$$
$$x = -\frac{21}{7}$$
$$x = -3$$

C

Para resolver ecuaciones aplicando la **Propiedad 4** de las igualdades, se divide ambos miembros por el coeficiente de la incógnita. En forma opcional se pueden resolver ecuaciones como la clase anterior, aplicando la **Propiedad 3** multiplicando ambos miembros de la ecuación por el recíproco del coeficiente de la incógnita.

Una regla práctica para despejar la incógnita en ecuaciones como la anterior, es escribir la incógnita con coeficiente 1 y dividir directamente el otro miembro por el coeficiente de la incógnita.

Por ejemplo:

$$7x = -21$$
$$x = -21 \div 7$$
$$x = -3$$

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $3x = 27$
$3x \div \boxed{3} = 27 \div \boxed{3}$
$x = 9$

b) $2x = 6$
$2x \div 2 = 6 \div \boxed{2}$
$x = 3$

c) $4x = 16$
$4x \div 4 = 16 \div 4$
$x = \boxed{4}$

d) $6x = -18$
$6x \div 6 = -18 \div \boxed{6}$
$x = \boxed{-3}$

e) $-5x = 25$
$x = 25 \div (-5)$
$x = \boxed{-5}$

f) $-3x = 27$
$x = 27 \div \boxed{-3}$
$x = \boxed{-9}$

g) $-x = 5$
$x = 5 \div \boxed{-1}$
$x = \boxed{-5}$

h) $-2x = -4$
$x = -4 \div \boxed{-2}$
$x = \boxed{2}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $7x = 14$ x = 2

b) $5x = -20$ x = −4

c) $-6x = 24$ x = −4

d) $-x = 9$ x = −9

Ejercicio 1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones

a) $3x = 27$

Se divide ambos miembros entre el coeficiente de x, que es 3 (propiedad 4): $3x \div 3 = 27 \div 3$, de donde $x = 9$. Los espacios se completan con 3 y 3.

Respuesta: 3 y 3 (x = 9)

b) $2x = 6$

Ya está aplicada la división entre 2 en el miembro izquierdo: $2x \div 2 = 6 \div 2$, de donde $x = 3$. El espacio se completa con 2.

Respuesta: 2 (x = 3)

c) $4x = 16$

Ya está aplicada la división entre 4 en ambos miembros: $4x \div 4 = 16 \div 4$; al operar se obtiene $x = 4$. El espacio se completa con 4.

Respuesta: 4

d) $6x = -18$

Ya está aplicada la división entre 6 en el miembro izquierdo: $6x \div 6 = -18 \div 6$, de donde $x = -3$. Los espacios se completan con 6 y −3.

Respuesta: 6 y −3

e) $-5x = 25$

Ya está planteada la división con la regla práctica: $x = 25 \div (-5)$; al operar se obtiene $x = -5$. El espacio se completa con −5.

Respuesta: −5

f) $-3x = 27$

Con la regla práctica se divide el otro miembro entre el coeficiente −3: $x = 27 \div (-3)$, de donde $x = -9$. Los espacios se completan con −3 y −9.

Respuesta: −3 y −9

g) $-x = 5$

El coeficiente de x es −1; con la regla práctica: $x = 5 \div (-1)$, de donde $x = -5$. Los espacios se completan con −1 y −5.

Respuesta: −1 y −5

h) $-2x = -4$

Con la regla práctica se divide el otro miembro entre el coeficiente −2: $x = -4 \div (-2)$, de donde $x = 2$. Los espacios se completan con −2 y 2.

Respuesta: −2 y 2

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $7x = 14$

Se divide ambos miembros entre 7 (propiedad 4): $x = 14 \div 7$. Entonces $x = 2$. Comprobación: $7(2) = 14$.

Respuesta: x = 2

b) $5x = -20$

Se divide ambos miembros entre 5 (propiedad 4): $x = -20 \div 5$. Entonces $x = -4$. Comprobación: $5(-4) = -20$.

Respuesta: $x = -4$

c) $-6x = 24$

Se divide ambos miembros entre −6 (propiedad 4): $x = 24 \div (-6)$. Entonces $x = -4$. Comprobación: $-6(-4) = 24$.

Respuesta: $x = -4$

d) $-x = 9$

El coeficiente de x es −1; se divide ambos miembros entre −1: $x = 9 \div (-1)$. Entonces $x = -9$. Comprobación: $-(-9) = 9$.

Respuesta: $x = -9$

2.8 Solución de ecuaciones aplicando más de una propiedad

P

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x + 7 = -8$ b) $-2x - 6 = 10$ c) $\frac{x}{5} - 7 = 3$

Para poder aplicar la **propiedad 3** o **4** solo tiene que haber un término en el miembro izquierdo.

S

a) $5x + 7 = -8$
$5x = -8 - 7$
$5x = -15$
$x = -15 \div 5$
$x = -3$

b) $-2x - 6 = 10$
$-2x = 10 + 6$
$-2x = 16$
$x = 16 \div (-2)$
$x = -8$

c) $\frac{x}{5} - 7 = 3$
$\frac{x}{5} = 3 + 7$
$\frac{x}{5} = 10$
$x = 10 \times 5$
$x = 50$

C

Para resolver ecuaciones como las anteriores se tiene que

1. Transponer las cantidades conocidas al miembro derecho.
2. Realizar las operaciones indicadas.
3. Aplicar la propiedad 3 o 4 para despejar x.

1. Completa el recuadro en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $4x + 3 = 15$
$4x = 15 - \boxed{3}$
$4x = 12$
$x = 12 \div \boxed{4}$
$x = 3$

b) $-2x - 6 = 10$
$-2x = 10 + \boxed{6}$
$-2x = 16$
$x = 16 \div \boxed{-2}$
$x = \boxed{-8}$

c) $\frac{x}{10} - 8 = 4$
$\frac{1}{10}x = 4 + \boxed{8}$
$\frac{1}{10}x = \boxed{12}$
$x = 12 \times \boxed{10}$
$x = \boxed{120}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 1 = 5$ **x = 2**

b) $-x - 8 = 6$ **x = –14**

c) $\frac{2x}{15} - 4 = -8$ **x = –30**

d) $\frac{x}{2} - 3 = 4$ **x = 14**

Ejercicio 1. Completa el recuadro en las soluciones de las siguientes ecuaciones

a) $4x + 3 = 15$

Se transpone el +3 al miembro derecho restando: $4x = 15 - 3$, $4x = 12$. Se divide entre 4 (propiedad 4): $x = 12 \div 4$, de donde $x = 3$. Los recuadros se completan con 3 y 4.

Respuesta: **3 y 4 (x = 3)**

b) $-2x - 6 = 10$

Se transpone el −6 al miembro derecho sumando: $-2x = 10 + 6$, $-2x = 16$. Se divide entre −2 (propiedad 4): $x = 16 \div (-2)$, de donde $x = -8$. Los recuadros se completan con 6, −2 y −8.

Respuesta: **6, −2 y −8**

c) $x/10 - 8 = 4$

Se escribe $x/10 = 1/10\ x$. Se transpone el −8 al miembro derecho sumando: $1/10\ x = 4 + 8$, $1/10\ x = 12$. Se multiplica por 10 (propiedad 3): $x = 12 \times 10$, de donde $x = 120$. Los recuadros se completan con 8, 12, 10 y 120.

Respuesta: **8, 12, 10 y 120**

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $2x + 1 = 5$

Se transpone el +1 restando: $2x = 5 - 1$, $2x = 4$. Se divide entre 2: $x = 4 \div 2$. Entonces $x = 2$. Comprobación: $2(2) + 1 = 5$.

Respuesta: **x = 2**

b) $-x - 8 = 6$

Se transpone el −8 sumando: $-x = 6 + 8$, $-x = 14$. Se divide entre −1: $x = 14 \div (-1)$. Entonces $x = -14$. Comprobación: $-(-14) - 8 = 6$.

Respuesta: **x = −14**

c) $2x/15 - 4 = -8$

Se transpone el −4 sumando: $2x/15 = -8 + 4$, $2x/15 = -4$. Se multiplica ambos miembros por 15/2 (recíproco de 2/15): $x = -4 \times 15/2$. Entonces $x = -30$. Comprobación: $2(-30)/15 - 4 = -8$.

Respuesta: **x = −30**

d) $x/2 - 3 = 4$

Se transpone el −3 sumando: $x/2 = 4 + 3$, $x/2 = 7$. Se multiplica ambos miembros por 2: $x = 7 \times 2$. Entonces $x = 14$. Comprobación: $14/2 - 3 = 4$.

Respuesta: **x = 14**

2.9 Solución de ecuaciones con incógnitas en ambos miembros

P

Resuelve la ecuación: $3x = 4 + 2x$

La transposición de términos es igualmente válida para términos que incluyen la incógnita.

S

$$3x = 4 + 2x$$
$$3x - 2x = 4 \qquad \text{transponiendo } 2x \text{ al miembro izquierdo.}$$
$$x = 4$$

C

Para resolver una ecuación con la incógnita en ambos miembros se tiene que

1. Transponer todos los términos que tienen x al miembro izquierdo.
2. Transponer todas las cantidades conocidas al miembro derecho.
3. Realizar las operaciones indicadas.
4. Aplicar la propiedad 3 o 4 para despejar x.

E

Llena los espacios en blanco, en la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $5x = 24 + x$

$5x \square x = 24$

$4x = 24$

$x = \square$

b) $6x + 3 = 3x + 24$

$6x - \square = 24 - 3$

$3x = \square$

$x = \square$

Solución.

a) $5x = 24 + x$

$5x \boxed{-} x = 24$

$4x = 24$

$x = \boxed{6}$

b) $6x + 3 = 3x + 24$

$6x - \boxed{3x} = 24 - 3$

$3x = \boxed{21}$

$x = \boxed{7}$

1. Completa los recuadros en blanco, en la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $3x = 7x + 12$

$3x - \boxed{7x} = 12$

$\boxed{-4x} = 12$

$x = \boxed{-3}$

b) $9x + 3 = 2x - 11$

$9x \boxed{-} 2x = -11 - 3$

$\boxed{7x} = \boxed{-14}$

$x = \boxed{-2}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x = -3 + x$ **x = –3**

b) $x = -2x - 9$ **x = –3**

c) $-x - 2 = -20 + 5x$ **x = 3**

d) $8x + 2 = 3x + 7$ **x = 1**

Ejercicio 1. Completa los recuadros en blanco, en la solución de las siguientes ecuaciones

a) $3x = 7x + 12$

Se transpone el término 7x al miembro izquierdo restando: $3x - 7x = 12$, $-4x = 12$. Se divide entre −4: $x = 12 \div (-4) = -3$. Los recuadros se completan con 7x, −4x y −3.

Respuesta: **7x, −4x y −3**

b) $9x + 3 = 2x - 11$

Se transpone el término 2x al miembro izquierdo restando y el +3 al derecho restando: $9x - 2x = -11 - 3$, $7x = -14$. Se divide entre 7: $x = -14 \div 7 = -2$. Los recuadros se completan con el signo −, 7x, −14 y −2.

Respuesta: **−, 7x, −14 y −2**

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $2x = -3 + x$

Se transpone el término x al miembro izquierdo restando: $2x - x = -3$. Entonces $x = -3$. Comprobación: $2(-3) = -6$ y $-3 + (-3) = -6$.

Respuesta: **x = −3**

b) $x = -2x - 9$

Se transpone el término −2x al miembro izquierdo sumando: $x + 2x = -9$, $3x = -9$. Se divide entre 3: $x = -9 \div 3$. Entonces $x = -3$. Comprobación: $-2(-3) - 9 = -3$.

Respuesta: **x = −3**

c) $-x - 2 = -20 + 5x$

Se transpone el término 5x al miembro izquierdo restando y el −2 al derecho sumando: $-x - 5x = -20 + 2$, $-6x = -18$. Se divide entre −6: $x = -18 \div (-6)$. Entonces $x = 3$. Comprobación: $-3 - 2 = -5$ y $-20 + 5(3) = -5$.

Respuesta: **x = 3**

d) $8x + 2 = 3x + 7$

Se transpone el término 3x al miembro izquierdo restando y el +2 al derecho restando: $8x - 3x = 7 - 2$, $5x = 5$. Se divide entre 5: $x = 5 \div 5$. Entonces $x = 1$. Comprobación: $8(1) + 2 = 10$ y $3(1) + 7 = 10$.

Respuesta: **x = 1**

2.10 Practica lo aprendido

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - 4 = 3$ **x = 7**

b) $x - 2 = -5$ **x = –3**

c) $x + 5 = 8$ **x = 3**

d) $x + 6 = -2$ **x = –8**

e) $4x = 16$ **x = 4**

f) $-2x = 8$ **x = –4**

g) $\frac{1}{3}x = 5$ **x = 15**

h) $-\frac{1}{2}x = 6$ **x = –12**

i) $\frac{1}{4}x = 6$ **x = 24**

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 8 = -4$ **x = –4**

b) $2 - 3x = 14$ **x = –4**

c) $5x + 7 = 32$ **x = 5**

d) $-4x - 2 = -18$ **x = 4**

e) $-2x - 7 = 1$ **x = –4**

f) $5x - 3 = 12$ **x = 3**

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 3 = -x - 9$ **x = –2**

b) $3 = 5x - 12$ **x = 3**

c) $-3x - 11 = x + 5$ **x = –4**

d) $8x - 30 = 2x - 6$ **x = 4**

e) $11x - 15 = 12 + 2x$ **x = 3**

f) $x + 13 = 43 - 14x$ **x = 2**

Ejercicio 1. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $x - 4 = 3$

Se transpone el -4 sumando: $x = 3 + 4$. Entonces $x = 7$.

Respuesta: **$x = 7$**

b) $x - 2 = -5$

Se transpone el -2 sumando: $x = -5 + 2$. Entonces $x = -3$.

Respuesta: **$x = -3$**

c) $x + 5 = 8$

Se transpone el $+5$ restando: $x = 8 - 5$. Entonces $x = 3$.

Respuesta: **$x = 3$**

d) $x + 6 = -2$

Se transpone el $+6$ restando: $x = -2 - 6$. Entonces $x = -8$.

Respuesta: **$x = -8$**

e) $4x = 16$

Se divide ambos miembros entre 4: $x = 16 \div 4$. Entonces $x = 4$.

Respuesta: **$x = 4$**

f) $-2x = 8$

Se divide ambos miembros entre -2: $x = 8 \div (-2)$. Entonces $x = -4$.

Respuesta: **$x = -4$**

g) $1/3\ x = 5$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de $1/3$, que es 3: $x = 5 \times 3$. Entonces $x = 15$.

Respuesta: **$x = 15$**

h) $-1/2\ x = 6$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de $-1/2$, que es -2: $x = 6 \times (-2)$. Entonces $x = -12$.

Respuesta: **$x = -12$**

i) $1/4\ x = 6$

Se multiplica ambos miembros por el recíproco de $1/4$, que es 4: $x = 6 \times 4$. Entonces $x = 24$.

Respuesta: **$x = 24$**

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $3x + 8 = -4$

Se transpone el $+8$ restando: $3x = -4 - 8$, $3x = -12$. Se divide entre 3: $x = -12 \div 3$. Entonces $x = -4$.

Respuesta: **$x = -4$**

b) $2 - 3x = 14$

Se transpone el $+2$ restando: $-3x = 14 - 2$, $-3x = 12$. Se divide entre -3: $x = 12 \div (-3)$. Entonces $x = -4$.

Respuesta: **$x = -4$**

c) $5x + 7 = 32$

Se transpone el +7 restando: $5x = 32 - 7$, $5x = 25$. Se divide entre 5: $x = 25 \div 5$. Entonces $x = 5$.

Respuesta: x = 5

d) $-4x - 2 = -18$

Se transpone el −2 sumando: $-4x = -18 + 2$, $-4x = -16$. Se divide entre −4: $x = -16 \div (-4)$. Entonces $x = 4$.

Respuesta: x = 4

e) $-2x - 7 = 1$

Se transpone el −7 sumando: $-2x = 1 + 7$, $-2x = 8$. Se divide entre −2: $x = 8 \div (-2)$. Entonces $x = -4$.

Respuesta: x = −4

f) $5x - 3 = 12$

Se transpone el −3 sumando: $5x = 12 + 3$, $5x = 15$. Se divide entre 5: $x = 15 \div 5$. Entonces $x = 3$.

Respuesta: x = 3

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $2x - 3 = -x - 9$

Se transpone el término $-x$ sumando y el −3 sumando: $2x + x = -9 + 3$, $3x = -6$. Se divide entre 3: $x = -6 \div 3$. Entonces $x = -2$.

Respuesta: x = −2

b) $3 = 5x - 12$

Se transpone el término $5x$ al miembro izquierdo restando y el 3 al derecho restando: $-5x = -12 - 3$, $-5x = -15$. Se divide entre −5: $x = -15 \div (-5)$. Entonces $x = 3$.

Respuesta: x = 3

c) $-3x - 11 = x + 5$

Se transpone el término x restando y el −11 sumando: $-3x - x = 5 + 11$, $-4x = 16$. Se divide entre −4: $x = 16 \div (-4)$. Entonces $x = -4$.

Respuesta: x = −4

d) $8x - 30 = 2x - 6$

Se transpone el término $2x$ restando y el −30 sumando: $8x - 2x = -6 + 30$, $6x = 24$. Se divide entre 6: $x = 24 \div 6$. Entonces $x = 4$.

Respuesta: x = 4

e) $11x - 15 = 12 + 2x$

Se transpone el término $2x$ restando y el −15 sumando: $11x - 2x = 12 + 15$, $9x = 27$. Se divide entre 9: $x = 27 \div 9$. Entonces $x = 3$.

Respuesta: x = 3

f) $x + 13 = 43 - 14x$

Se transpone el término $-14x$ sumando y el +13 restando: $x + 14x = 43 - 13$, $15x = 30$. Se divide entre 15: $x = 30 \div 15$. Entonces $x = 2$.

Respuesta: x = 2

2.11 Solución de ecuaciones con signos de agrupación

P

Resuelve la ecuación: $2(x + 3) + 4 = 20$

La propiedad distributiva establece que
$a(b + c) = a \times b + a \times c$
$(b + c) \times a = b \times a + c \times a$

S

$$\begin{aligned} 2(x + 3) + 4 &= 20 \\ 2x + 2 \times 3 + 4 &= 20 \\ 2x + 6 + 4 &= 20 \\ 2x + 10 &= 20 \\ 2x &= 20 - 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

C

Para resolver una ecuación que incluye signos de agrupación como la anterior, se debe hacer lo siguiente:

1. Aplicar la propiedad distributiva para suprimir los paréntesis.
2. Transponer todos los términos que tienen x al miembro izquierdo y todas las cantidades conocidas al miembro derecho.
3. Realizar las operaciones indicadas.
4. Aplicar la propiedad 3 o 4 para despejar x.

E

Algunos ejemplos de solución de ecuaciones con signos de agrupación son:

a) $3 + (x - 5) = 6$

$$\begin{aligned} 3 + x - 5 &= 6 \\ x - 2 &= 6 \\ x &= 6 + 2 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

b) $4 - (x - 3) = 9$

$$\begin{aligned} 4 - x + 3 &= 9 \\ -x + 7 &= 9 \\ -x &= 9 - 7 \\ -x &= 2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

1. Llena los espacios en la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $3(x - 2) + 12 = 30$

$$\begin{aligned} 3x - \boxed{6} + 12 &= 30 \\ 3x + \boxed{6} &= 30 \\ 3x &= 30 - \boxed{6} \\ 3x &= \boxed{24} \\ x &= 8 \end{aligned}$$

b) $-2(x - 6) + 5 = 47$

$$\begin{aligned} -2x + \boxed{12} + 5 &= 47 \\ -2x + \boxed{17} &= 47 \\ -2x &= 47 - \boxed{17} \\ -2x &= \boxed{30} \\ x &= -15 \end{aligned}$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3 + 4(x - 2) = 7$ **x = 3**

b) $5 - (x - 4) = 12$ **x = −3**

c) $2(x + 4) + 2 = 14$ **x = 2**

d) $-3(x - 1) - 2 = 10$ **x = −3**

Ejercicio 1. Llena los espacios en la solución de las siguientes ecuaciones

a) $3(x - 2) + 12 = 30$

Se aplica la propiedad distributiva: $3x - 6 + 12 = 30$. Se reducen los términos conocidos: $3x + 6 = 30$. Se transpone el +6 restando: $3x = 30 - 6$, $3x = 24$. Se divide entre 3: $x = 8$. Los espacios se completan con 6, 6, 6 y 24.

Respuesta: 6, 6, 6 y 24 (x = 8)

b) $-2(x - 6) + 5 = 47$

Se aplica la propiedad distributiva: $-2x + 12 + 5 = 47$. Se reducen los términos conocidos: $-2x + 17 = 47$. Se transpone el +17 restando: $-2x = 47 - 17$, $-2x = 30$. Se divide entre −2: $x = -15$. Los espacios se completan con 12, 17, 17 y 30.

Respuesta: 12, 17, 17 y 30 (x = −15)

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $3 + 4(x - 2) = 7$

Se aplica la propiedad distributiva: $3 + 4x - 8 = 7$, $4x - 5 = 7$. Se transpone el −5 sumando: $4x = 7 + 5$, $4x = 12$. Se divide entre 4: $x = 3$. Comprobación: $3 + 4(3 - 2) = 7$.

Respuesta: x = 3

b) $5 - (x - 4) = 12$

Se suprime el paréntesis cambiando los signos: $5 - x + 4 = 12$, $-x + 9 = 12$. Se transpone el +9 restando: $-x = 12 - 9$, $-x = 3$. Se divide entre −1: $x = -3$. Comprobación: $5 - (-3 - 4) = 12$.

Respuesta: x = −3

c) $2(x + 4) + 2 = 14$

Se aplica la propiedad distributiva: $2x + 8 + 2 = 14$, $2x + 10 = 14$. Se transpone el +10 restando: $2x = 14 - 10$, $2x = 4$. Se divide entre 2: $x = 2$. Comprobación: $2(2 + 4) + 2 = 14$.

Respuesta: x = 2

d) $-3(x - 1) - 2 = 10$

Se aplica la propiedad distributiva: $-3x + 3 - 2 = 10$, $-3x + 1 = 10$. Se transpone el +1 restando: $-3x = 10 - 1$, $-3x = 9$. Se divide entre −3: $x = -3$. Comprobación: $-3(-3 - 1) - 2 = 10$.

Respuesta: x = −3

2.12 Ecuaciones con solución fraccionaria o decimal

P

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4x = 2$

b) $5x + 1 = -6$

El cociente de dos números puede ser expresado como una fracción.

S

a) $4x = 2$

$x = 2 \div 4$

$x = \frac{1}{2}$ o $x = 0.5$

b) $5x + 1 = -6$

$5x = -6 - 1$

$5x = -7$

$x = -7 \div 5$

$x = -\frac{7}{5}$ o $x = -1.4$

Cuando las respuestas son números fraccionarios también se pueden representar en forma de números decimales.

C

La solución de una ecuación de primer grado puede ser fraccionaria positiva o negativa, decimal positiva o negativa.

E

Resuelve la siguiente ecuación: $8x + 10 = 3 - 6x$.

Solución.

$$8x + 10 = 3 - 6x$$

$$14x = -7$$

$$x = -7 \div 14$$

$$x = -\frac{7}{14}$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ o } x = -0.5$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $6x = 2$ x = 1/3

b) $2x + 2 = 5$ x = 3/2

c) $-25x - 8 = 4 - x$ x = −1/2

d) $-2 + 7(x + 1) = 9$ x = 4/7

e) $-9 = 3 + 5(x - 2)$ x = −2/5

f) $8(4x - 1) - 4 = 3(1 - x)$ x = 3/7

Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $6x = 2$

Se divide ambos miembros entre 6: $x = 2 \div 6 = 2/6$, y simplificando, $x = 1/3$. La solución es fraccionaria.

Respuesta: **$x = 1/3$**

b) $2x + 2 = 5$

Se transpone el +2 restando: $2x = 5 - 2$, $2x = 3$. Se divide entre 2: $x = 3/2$, que en forma decimal es 1.5.

Respuesta: **$x = 3/2$ o $x = 1.5$**

c) $-25x - 8 = 4 - x$

Se transpone el término $-x$ sumando y el -8 sumando: $-25x + x = 4 + 8$, $-24x = 12$. Se divide entre -24: $x = 12 \div (-24) = -1/2$, que en forma decimal es -0.5.

Respuesta: **$x = -1/2$ o $x = -0.5$**

d) $-2 + 7(x + 1) = 9$

Se aplica la propiedad distributiva: $-2 + 7x + 7 = 9$, $7x + 5 = 9$. Se transpone el +5 restando: $7x = 9 - 5$, $7x = 4$. Se divide entre 7: $x = 4/7$. La solución es fraccionaria.

Respuesta: **$x = 4/7$**

e) $-9 = 3 + 5(x - 2)$

Se aplica la propiedad distributiva en el miembro derecho: $-9 = 3 + 5x - 10$, $-9 = 5x - 7$. Se transpone el término $5x$ restando y el -9 restando: $-5x = -7 + 9$, $-5x = 2$. Se divide entre -5: $x = 2 \div (-5) = -2/5$, que en forma decimal es -0.4.

Respuesta: **$x = -2/5$ o $x = -0.4$**

f) $8(4x - 1) - 4 = 3(1 - x)$

Se aplica la propiedad distributiva en ambos miembros: $32x - 8 - 4 = 3 - 3x$, $32x - 12 = 3 - 3x$. Se transpone el término $-3x$ sumando y el -12 sumando: $32x + 3x = 3 + 12$, $35x = 15$. Se divide entre 35: $x = 15/35$, y simplificando, $x = 3/7$.

Respuesta: **$x = 3/7$**

2.13 Ecuaciones con términos y coeficientes decimales

P

Resuelve la ecuación: $0.5x - 2.5 = 1.5$.

Si los números fueran enteros sería más fácil despejar x.

Cuando se multiplica un número decimal por 10, 100 o por 1 000, se mueve el punto decimal a la derecha en función del número de ceros.

Ejemplos:
- $0.5 \times 10 = 5$
- $1.45 \times 100 = 145$
- $0.642 \times 1\,000 = 642$

S

$$0.5x - 2.5 = 1.5$$
$$10(0.5x - 2.5) = 10 \times 1.5$$
$$10 \times 0.5x - 10 \times 2.5 = 15$$
$$5x = 40$$
$$x = 40 \div 5$$
$$x = 8$$

Se puede resolver sin cambiar los decimales en enteros.

$$0.5x - 2.5 = 1.5$$
$$0.5x = 1.5 + 2.5$$
$$0.5x = 4$$
$$x = 4 \div 0.5$$
$$x = 8$$

Todos los coeficientes y términos decimales se transforman a números enteros al multiplicar por 10 ambos miembros de la ecuación. Se debe multiplicar todos los términos porque se aplica la **Propiedad 3** de una igualdad.

Para convertir en entero los números decimales en la ecuación, se eligió la potencia de 10 con igual cantidad de ceros que el término con mayor cantidad de cifras a la derecha del punto decimal.

C

Para resolver ecuaciones que tienen coeficientes y términos decimales es conveniente transformar a ecuaciones con coeficientes enteros, multiplicando cada uno de los términos por 10, 100, 1 000 o según el número máximo de decimales que presenten los términos, luego se despeja la x.

E

Resuelve la ecuación: $0.25 - 0.02x = 0.03x + 0.2$.

Solución.

$$0.25 - 0.02x = 0.03x + 0.2$$
$$25 - 2x = 3x + 20$$
$$-2x - 3x = 20 - 25$$
$$-5x = -5$$
$$x = \frac{-5}{-5}$$
$$x = 1$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $0.3x - 0.2 = 3.4$ **x = 12**

b) $0.05x - 0.15 = 0.5$ **x = 13**

c) $1.1x + 1.7 = 0.6x + 0.2$ **x = −3**

d) $0.02x + 0.04 = 0.18 - 0.05x$ **x = 2**

Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $0.3x - 0.2 = 3.4$

El término con más cifras decimales tiene una, así que se multiplica ambos miembros por 10 (propiedad 3): $3x - 2 = 34$. Se transpone el -2 sumando: $3x = 34 + 2$, $3x = 36$. Se divide entre 3: $x = 12$. Comprobación: $0.3(12) - 0.2 = 3.4$.

Respuesta: **$x = 12$**

b) $0.05x - 0.15 = 0.5$

El término con más cifras decimales tiene dos, así que se multiplica ambos miembros por 100: $5x - 15 = 50$. Se transpone el -15 sumando: $5x = 50 + 15$, $5x = 65$. Se divide entre 5: $x = 13$. Comprobación: $0.05(13) - 0.15 = 0.5$.

Respuesta: **$x = 13$**

c) $1.1x + 1.7 = 0.6x + 0.2$

Se multiplica ambos miembros por 10: $11x + 17 = 6x + 2$. Se transpone el término $6x$ restando y el $+17$ restando: $11x - 6x = 2 - 17$, $5x = -15$. Se divide entre 5: $x = -3$. Comprobación: $1.1(-3) + 1.7 = -1.6$ y $0.6(-3) + 0.2 = -1.6$.

Respuesta: **$x = -3$**

d) $0.02x + 0.04 = 0.18 - 0.05x$

Se multiplica ambos miembros por 100: $2x + 4 = 18 - 5x$. Se transpone el término $-5x$ sumando y el $+4$ restando: $2x + 5x = 18 - 4$, $7x = 14$. Se divide entre 7: $x = 2$. Comprobación: $0.02(2) + 0.04 = 0.08$ y $0.18 - 0.05(2) = 0.08$.

Respuesta: **$x = 2$**

2.14 Ecuaciones con términos y coeficientes fraccionarios

P

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{3}x - 5 = \frac{1}{6}x$

b) $\frac{x-2}{2} = \frac{1}{4}x$

Si los números fueran enteros sería más fácil despejar x.

S

El mcm de 3 y 6 es 6.

a) $\frac{1}{3}x - 5 = \frac{1}{6}x$

$6\left(\frac{1}{3}x - 5\right) = 6 \times \frac{1}{6}x$

$6 \times \frac{1}{3}x - 6 \times 5 = 6 \times \frac{1}{6}x$

$\frac{6}{3}x - 30 = \frac{6}{6}x$

$2x - 30 = x$

$2x - x = 30$

$x = 30$

El mcm de 2 y 4 es 4.

b) $\frac{x-2}{2} = \frac{1}{4}x$

$4 \times \frac{x-2}{2} = 4 \times \frac{1}{4}x$

$\frac{4}{2}(x-2) = \frac{4}{4}x$

$2(x-2) = x$

$2x - 4 = x$

$2x - x = 4$

$x = 4$

Para transformar dos o más fracciones en enteros, se multiplican por el mcm de los denominadores. En una ecuación al multiplicar ambos miembros por el mcm, se coloca el signo de agrupación.

C

Para resolver ecuaciones con coeficientes y términos fraccionarios se convierten tanto los términos como los coeficientes en enteros, multiplicándolos por el mcm de los denominadores y luego se despeja x.

E

Resuelve la ecuación: $-\frac{x+2}{12} = \frac{1}{24}x$

Solución.

$$-\frac{x+2}{12} = \frac{1}{24}x$$
$$24 \times \left(-\frac{x+2}{12}\right) = 24 \times \frac{1}{24}x$$
$$-\frac{24}{12}(x+2) = \frac{24}{24}x$$
$$-2(x+2) = x$$
$$-2x - 4 = x$$
$$-2x - x = 4$$
$$-3x = 4$$
$$x = -\frac{4}{3}$$

No cometas el siguiente error:

$-2(x+2) = -2x + 2$ ¡Es incorrecto!

$-2(x+2) = -2x - 4$ ¡Es correcto!

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x$ **x = 12**

b) $\frac{3}{4}x + 5 = \frac{1}{8}x$ **x = –8**

c) $\frac{x-3}{3} = \frac{1}{6}x$ **x = 6**

d) $\frac{4-x}{3} = \frac{x}{9}$ **x = 3**

e) $\frac{3}{5}x - 1 = -\frac{3}{10}x$ **x = 10/9**

f) $-\frac{x+5}{2} = \frac{3}{4}$ **x = –13/2**

Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $1/2\ x - 3 = 1/4\ x$

El mcm de los denominadores 2 y 4 es 4; se multiplica ambos miembros por 4: $2x - 12 = x$. Se transpone el término x restando: $2x - x = 12$. Entonces $x = 12$. Comprobación: $1/2\ (12) - 3 = 3$ y $1/4\ (12) = 3$.

Respuesta: **$x = 12$**

b) $3/4\ x + 5 = 1/8\ x$

El mcm de los denominadores 4 y 8 es 8; se multiplica ambos miembros por 8: $6x + 40 = x$. Se transpone el término x restando: $6x - x = -40$, $5x = -40$. Se divide entre 5: $x = -8$. Comprobación: $3/4\ (-8) + 5 = -1$ y $1/8\ (-8) = -1$.

Respuesta: **$x = -8$**

c) $(x - 3)/3 = 1/6\ x$

El mcm de los denominadores 3 y 6 es 6; se multiplica ambos miembros por 6: $2(x - 3) = x$. Se aplica la distributiva: $2x - 6 = x$. Se transpone el término x restando: $2x - x = 6$. Entonces $x = 6$. Comprobación: $(6 - 3)/3 = 1$ y $1/6\ (6) = 1$.

Respuesta: **$x = 6$**

d) $(4 - x)/3 = x/9$

El mcm de los denominadores 3 y 9 es 9; se multiplica ambos miembros por 9: $3(4 - x) = x$. Se aplica la distributiva: $12 - 3x = x$. Se transpone el término $-3x$ sumando: $12 = x + 3x$, $12 = 4x$. Se divide entre 4: $x = 3$. Comprobación: $(4 - 3)/3 = 1/3$ y $3/9 = 1/3$.

Respuesta: **$x = 3$**

e) $3/5\ x - 1 = -3/10\ x$

El mcm de los denominadores 5 y 10 es 10; se multiplica ambos miembros por 10: $6x - 10 = -3x$. Se transpone el término $-3x$ sumando: $6x + 3x = 10$, $9x = 10$. Se divide entre 9: $x = 10/9$. Comprobación: $3/5\ (10/9) - 1 = -1/3$ y $-3/10\ (10/9) = -1/3$.

Respuesta: **$x = 10/9$**

f) $-(x + 5)/2 = 3/4$

El mcm de los denominadores 2 y 4 es 4; se multiplica ambos miembros por 4: $-2(x + 5) = 3$. Se aplica la distributiva: $-2x - 10 = 3$. Se transpone el -10 sumando: $-2x = 3 + 10$, $-2x = 13$. Se divide entre -2: $x = -13/2$. Comprobación: $-(-13/2 + 5)/2 = -(-3/2)/2 = 3/4$.

Respuesta: **$x = -13/2$**

2.15 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada numeral:

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$ **x = 3**

b) $3x + 5(x + 2) = 4(x + 3) + 6$ **x = 2**

c) $5 - 4(3x + 1) = 1 + 4(2x + 20)$ **x = –4**

d) $9(x - 3) = 2(x - 5) - 3$ **x = 2**

e) $5(2x - 3) - 6 = 4x + 3$ **x = 4**

f) $3(x - 2) + x = 5(x - 3) + 9$ **x = 0**

2. Resuelve:

a) $0.5x + 3 = 0.4x + 3.3$ **x = 3**

b) $3 + 0.8x = 2.4 + 0.9x$ **x = 6**

c) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$ **x = 8**

d) $1.31x + 0.04 = 1.35x - 0.04$ **x = 2**

e) $0.05x - 0.034 = 0.015x + 0.0001$ **x = 341/350**

f) $2.25x + 1.97 = 3.75x - 4.03$ **x = 4**

3. Resuelve:

a) $\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$ **x = 10**

b) $-\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{3}$ **x = 3/2**

c) $-\frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x + \frac{5}{8}$ **x = –5/12**

d) $\frac{7}{24} + \frac{5}{12} = 2x$ **x = 17/48**

e) $\frac{x+1}{2} = \frac{x}{4}$ **= –2**

f) $\frac{5x-4}{3} = -\frac{1}{6}$ **x = 7/10**

g) $-\frac{x+3}{2} - \frac{x}{4} = \frac{3}{2}$ **x = –4**

h) $\frac{x+5}{12} = \frac{x+7}{24}$ **x = –3**

Ejercicio 1. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$

Se aplica la distributiva en ambos miembros: $3 + 4x - 8 = -3 - 5x + 25$, $4x - 5 = -5x + 22$. Se transpone el término $-5x$ sumando y el -5 sumando: $4x + 5x = 22 + 5$, $9x = 27$. Se divide entre 9: $x = 3$.

Respuesta: **$x = 3$**

b) $3x + 5(x + 2) = 4(x + 3) + 6$

Se aplica la distributiva: $3x + 5x + 10 = 4x + 12 + 6$, $8x + 10 = 4x + 18$. Se transpone el término $4x$ restando y el $+10$ restando: $8x - 4x = 18 - 10$, $4x = 8$. Se divide entre 4: $x = 2$.

Respuesta: **$x = 2$**

c) $5 - 4(3x + 1) = 1 + 4(2x + 20)$

Se aplica la distributiva: $5 - 12x - 4 = 1 + 8x + 80$, $-12x + 1 = 8x + 81$. Se transpone el término $8x$ restando y el $+1$ restando: $-12x - 8x = 81 - 1$, $-20x = 80$. Se divide entre -20: $x = -4$.

Respuesta: **$x = -4$**

d) $9(x - 3) = 2(x - 5) - 3$

Se aplica la distributiva: $9x - 27 = 2x - 10 - 3$, $9x - 27 = 2x - 13$. Se transpone el término $2x$ restando y el -27 sumando: $9x - 2x = -13 + 27$, $7x = 14$. Se divide entre 7: $x = 2$.

Respuesta: **$x = 2$**

e) $5(2x - 3) - 6 = 4x + 3$

Se aplica la distributiva: $10x - 15 - 6 = 4x + 3$, $10x - 21 = 4x + 3$. Se transpone el término $4x$ restando y el -21 sumando: $10x - 4x = 3 + 21$, $6x = 24$. Se divide entre 6: $x = 4$.

Respuesta: **$x = 4$**

f) $3(x - 2) + x = 5(x - 3) + 9$

Se aplica la distributiva: $3x - 6 + x = 5x - 15 + 9$, $4x - 6 = 5x - 6$. Se transpone el término $5x$ restando y el -6 sumando: $4x - 5x = -6 + 6$, $-x = 0$. Se divide entre -1: $x = 0$.

Respuesta: **$x = 0$**

Ejercicio 2. Resuelve (ecuaciones con decimales)

a) $0.5x + 3 = 0.4x + 3.3$

Se multiplica ambos miembros por 10: $5x + 30 = 4x + 33$. Se transpone el término $4x$ restando y el $+30$ restando: $5x - 4x = 33 - 30$. Entonces $x = 3$.

Respuesta: **$x = 3$**

b) $3 + 0.8x = 2.4 + 0.9x$

Se multiplica ambos miembros por 10: $30 + 8x = 24 + 9x$. Se transpone el término $9x$ restando y el $+30$ restando: $8x - 9x = 24 - 30$, $-x = -6$. Se divide entre -1: $x = 6$.

Respuesta: **$x = 6$**

c) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$

Se multiplica ambos miembros por 100: $20x - 3 = 17x + 21$. Se transpone el término $17x$ restando y el -3 sumando: $20x - 17x = 21 + 3$, $3x = 24$. Se divide entre 3: $x = 8$.

Respuesta: **$x = 8$**

d) $1.31x + 0.04 = 1.35x - 0.04$

Se multiplica ambos miembros por 100: $131x + 4 = 135x - 4$. Se transpone el término $135x$ restando y el $+4$ restando: $131x - 135x = -4 - 4$, $-4x = -8$. Se divide entre -4: $x = 2$.

Respuesta: $x = 2$

e) $0.05x - 0.034 = 0.015x + 0.0001$

Nota: tal como está impresa, la ecuación tiene solución fraccionaria no exacta en decimal. El término con más cifras decimales tiene cuatro (0.0001), así que se multiplica ambos miembros por 10 000: $500x - 340 = 150x + 1$. Se transpone el término $150x$ restando y el -340 sumando: $500x - 150x = 1 + 340$, $350x = 341$. Se divide entre 350: $x = 341/350$. (Si el último término impreso fuera 0.001 en lugar de 0.0001, la solución sería $x = 1$; se resuelve la ecuación tal como aparece en el libro).

Respuesta: $x = 341/350$

f) $2.25x + 1.97 = 3.75x - 4.03$

Se multiplica ambos miembros por 100: $225x + 197 = 375x - 403$. Se transpone el término $375x$ restando y el $+197$ restando: $225x - 375x = -403 - 197$, $-150x = -600$. Se divide entre -150: $x = 4$.

Respuesta: $x = 4$

Ejercicio 3. Resuelve (ecuaciones con fracciones)

a) $1/2\ x = 1/4\ x + 5/2$

El mcm de los denominadores 2 y 4 es 4; se multiplica ambos miembros por 4: $2x = x + 10$. Se transpone el término x restando: $2x - x = 10$. Entonces $x = 10$.

Respuesta: $x = 10$

b) $-x/3 - 5/6 = -4/3$

El mcm de los denominadores 3 y 6 es 6; se multiplica ambos miembros por 6: $-2x - 5 = -8$. Se transpone el -5 sumando: $-2x = -8 + 5$, $-2x = -3$. Se divide entre -2: $x = 3/2$.

Respuesta: $x = 3/2$

c) $-1/4\ x = 5/4\ x + 5/8$

El mcm de los denominadores 4 y 8 es 8; se multiplica ambos miembros por 8: $-2x = 10x + 5$. Se transpone el término $10x$ restando: $-2x - 10x = 5$, $-12x = 5$. Se divide entre -12: $x = -5/12$.

Respuesta: $x = -5/12$

d) $7/24 + 5/12 = 2x$

Se reduce el miembro izquierdo a denominador 24: $7/24 + 10/24 = 17/24$, así $17/24 = 2x$. Se divide ambos miembros entre 2: $x = 17/48$.

Respuesta: $x = 17/48$

e) $(x + 1)/2 = x/4$

El mcm de los denominadores 2 y 4 es 4; se multiplica ambos miembros por 4: $2(x + 1) = x$. Se aplica la distributiva: $2x + 2 = x$. Se transpone el término x restando: $2x - x = -2$. Entonces $x = -2$.

Respuesta: $x = -2$

f) $(5x - 4)/3 = -1/6$

El mcm de los denominadores 3 y 6 es 6; se multiplica ambos miembros por 6: $2(5x - 4) = -1$. Se aplica la distributiva: $10x - 8 = -1$. Se transpone el -8 sumando: $10x = -1 + 8$, $10x = 7$. Se divide entre 10: $x = 7/10$.

Respuesta: $x = 7/10$

g) $-(x + 3)/2 - x/4 = 3/2$

El mcm de los denominadores 2 y 4 es 4; se multiplica ambos miembros por 4: $-2(x + 3) - x = 6$. Se aplica la distributiva: $-2x - 6 - x = 6$, $-3x - 6 = 6$. Se transpone el -6 sumando: $-3x = 6 + 6$, $-3x = 12$. Se divide entre -3: $x = -4$.

Respuesta: $x = -4$

h) $(x + 5)/12 = (x + 7)/24$

El mcm de los denominadores 12 y 24 es 24; se multiplica ambos miembros por 24: $2(x + 5) = x + 7$. Se aplica la distributiva: $2x + 10 = x + 7$. Se transpone el término x restando y el +10 restando: $2x - x = 7 - 10$. Entonces $x = -3$.

Respuesta: $x = -3$

3.1 Aplicación de ecuaciones utilizando una propiedad de las igualdades

P

Resuelve las siguientes situaciones:

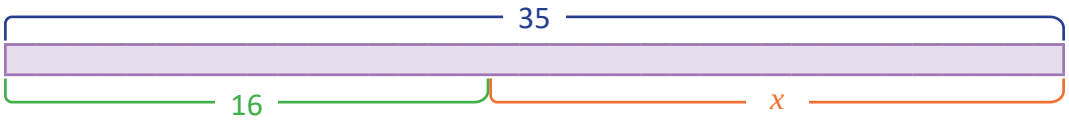
1. Para jugar en un campo de fútbol privado se paga una membresía de 16 dólares y por cada vez que se use se paga un dólar más, ¿cuántas veces se ha usado si se ha pagado 35 dólares?

Antes de escribir la ecuación te puedes auxiliar de un gráfico.

2. Al restarle 8 al número x, resulta –3. Encuentra x.

S

1.

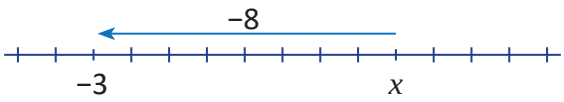


Sea x: El número de veces que ha usado la cancha.

$$16 + x = 35$$
$$x = 35 - 16$$
$$x = 19$$

R: Se ha usado 19 veces.

2.



Sea x: El número buscado.

$$x - 8 = -3$$
$$x = -3 + 8$$
$$x = 5$$

R. El número es 5.

C

Para resolver problemas mediante la aplicación de ecuaciones de primer grado se tiene que

1: Definir qué cantidad se representa con la incógnita.
2: Escribir la ecuación.
3: Resolver la ecuación.
4: Dar la respuesta.

Resuelve los siguientes problemas:

1. Un comerciante hace un balance de pérdidas y ganancias cada trimestre. Si en el primer mes tuvo una ganancia de 1,800 dólares, en el segundo mes una pérdida de 600 dólares, y en el total del trimestre tuvo una ganancia de 7,000 dólares, ¿cuánto había ganado o perdido en el tercer mes?

R. x = 5,800; ganó $5,800

2. Al restarle 5 al número x, resultó –12. Determina el valor de x. **R. x = –7**

Resuelve los siguientes problemas

1. Un comerciante hace un balance de pérdidas y ganancias cada trimestre. Si en el primer mes tuvo una ganancia de 1,800 dólares, en el segundo mes una pérdida de 600 dólares, y en el total del trimestre tuvo una ganancia de 7,000 dólares, ¿cuánto había ganado o perdido en el tercer mes?

Sea x: la ganancia del tercer mes (en dólares). La ganancia del trimestre es la suma de los tres meses, con la pérdida como cantidad negativa: 1,800 − 600 + x = 7,000, es decir, 1,200 + x = 7,000. Se resta 1,200 en ambos miembros (propiedad 2): x = 7,000 − 1,200 = 5,800. Como el resultado es positivo, fue una ganancia.

Respuesta: **Ganó 5,800 dólares en el tercer mes**

2. Al restarle 5 al número x, resultó –12. Determina el valor de x.

La situación se escribe como la ecuación x − 5 = −12. Se suma 5 en ambos miembros (propiedad 1): x = −12 + 5 = −7.

Respuesta: **x = −7**

3.2 Aplicación de ecuaciones utilizando más de una propiedad de las igualdades

Responde la pregunta en la siguiente situación:

Miguel tiene una plantación de papaya, él ha cortado 3 árboles debido a que estaban produciendo frutos de mala calidad. Cada uno de los árboles restantes tiene 5 papayas cada uno, produciendo una cosecha total de 355. ¿Cuántos árboles tenía Miguel al principio?

En la situación lo primero que se debe determinar es la variable, para luego establecer las cantidades que guardan una relación de igualdad. En este caso, la cantidad de árboles por la cantidad de papayas que produce un solo árbol es igual a la cantidad total de papayas producidas, de manera que el proceso de solución de la situación es:

Sea x : El número de árboles que tenía Miguel inicialmente.

Cantidad de árboles de papaya	x
Cantidad de árboles restantes	$x - 3$
Cantidad de papayas	$5(x - 3)$

$$5(x - 3) = 355$$
$$5x - 15 = 355$$
$$5x = 355 + 15$$
$$5x = 370$$
$$x = 74$$

R. 74 árboles

Resuelve los siguientes problemas utilizando ecuaciones de primer grado:

1. En una microempresa se alcanzó la meta de venta y el dueño decidió pagar 50 dólares más de la base salarial a cada trabajador. Para pagar a 3 trabajadores se necesitó 1,425 dólares, ¿cuál es la base salarial de cada trabajador? **R. x = $425**

2. Antonio es ejecutivo de ventas de teléfonos, como no vendía; decidió hacer un descuento de 20 dólares, vendiendo así 12 unidades y la venta total alcanzó 2,400 dólares. ¿Cuánto costaba el teléfono antes del descuento? **R. x = $220**

3. Ana tiene una librería, ella obtiene $5 de ganancia por cada libro que vende y sus gastos mensuales de funcionamiento son de $200, ¿cuál es el mínimo número de libros que se debe vender?

R. x = 40 libros

Resuelve los siguientes problemas utilizando ecuaciones de primer grado

1. En una microempresa se alcanzó la meta de venta y el dueño decidió pagar 50 dólares más de la base salarial a cada trabajador. Para pagar a 3 trabajadores se necesitó 1,425 dólares, ¿cuál es la base salarial de cada trabajador?

Sea x: la base salarial de cada trabajador (en dólares). Cada trabajador recibe x + 50, y entre 3 trabajadores se paga 1,425: 3(x + 50) = 1,425. Se aplica la distributiva: 3x + 150 = 1,425. Se transpone el +150 restando: 3x = 1,275. Se divide entre 3: x = 425.

Respuesta: **La base salarial es 425 dólares**

2. Antonio es ejecutivo de ventas de teléfonos, como no vendía; decidió hacer un descuento de 20 dólares, vendiendo así 12 unidades y la venta total alcanzó 2,400 dólares. ¿Cuánto costaba el teléfono antes del descuento?

Sea x: el precio del teléfono antes del descuento (en dólares). Con el descuento, cada teléfono se vende en x − 20, y 12 unidades suman 2,400: 12(x − 20) = 2,400. Se aplica la distributiva: 12x − 240 = 2,400. Se transpone el −240 sumando: 12x = 2,640. Se divide entre 12: x = 220.

Respuesta: **El teléfono costaba 220 dólares**

3. Ana tiene una librería, ella obtiene $5 de ganancia por cada libro que vende y sus gastos mensuales de funcionamiento son de $200, ¿cuál es el mínimo número de libros que se debe vender?

Interpretación: el mínimo se alcanza cuando la ganancia cubre exactamente los gastos mensuales, es decir, cuando Ana no gana ni pierde. Sea x: el número de libros vendidos. La ganancia es 5x y debe igualar los gastos: 5x = 200. Se divide entre 5: x = 40.

Respuesta: **El mínimo es 40 libros**

3.3 Aplicación de ecuaciones que incluye una incógnita en términos de otra

Responde la pregunta en la siguiente situación:

José trabaja a medio tiempo en una ferretería donde le pagan 4 dólares por día, si trabaja día de semana (de lunes a viernes); 6 dólares por día, si es fin de semana (sábado y domingo). Si en el mes trabajó 20 días y le pagaron 84 dólares, ¿cuántos días de semana y fines de semana trabajó?

En la situación lo primero que se debe determinar es la variable, para luego establecer las cantidades que guardan una relación de igualdad; en este caso, la cantidad de dinero que gana José. Los días de trabajo en la semana, más lo que gana trabajando los días de fin de semana, es su pago mensual. De manera que el proceso de solución de la situación es:

Sea x : El número de días de semana que José trabajó.

	Días de semana	Día de fin de semana
Número de días	x	$20 - x$
Pago	$4x$	$6(20 - x)$
Pago Total	$4x + 6(20 - x)$	

$$\begin{aligned} 4x + 6(20 - x) &= 84 \\ 4x + 120 - 6x &= 84 \\ 120 - 2x &= 84 \\ -2x &= 84 - 120 \\ -2x &= -36 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

R. 18 días semana y 2 días de fines de semana.

Se dice que Diofantos resolvía ecuaciones seleccionando incógnitas de manera muy efectiva.

Por ejemplo: "Hay dos números. Uno es 20 unidades mayor que el otro y la suma de ambos es 80. Encuentralos." Para resolver esta ecuación, Diofantos consideró al número mayor "$x + 10$", y al número menor "$x - 10$".

Otro ejemplo: "Hay tres números. La suma de dos de estos tres números es 20, 30 y 40 respectivamente. Encuentra cada uno de los tres números". Para resolver esto, él consideró la suma de tres números "x", y representó los tres números como "$x - 40$", "$x - 30$" y "$x - 20$".

Keirinkan. (2015). *Guía para el maestro*.



Resuelve los siguientes problemas utilizando ecuaciones de primer grado:

1. Una empresa que se dedica al transporte de mercadería cobra por peso en libras. Ellos trasportan 5 reproductores de DVD y 8 televisores LCD, que pesan en total 106 libras, y se sabe que un televisor pesa 10 libras más que un DVD. Al momento de facturar los trabajadores notan que olvidaron tomar el peso por unidad de cada tipo de electrodoméstico. ¿Cuál es el peso de un reproductor y un televisor? **R. DVD: 2 lb; TV: 12 lb**

2. La suma de dos números naturales consecutivos es 13, ¿cuáles son los números? **R. 6 y 7**

3. La suma de tres números consecutivos es 18, ¿cuáles son los números? **R. 5, 6 y 7**

Resuelve los siguientes problemas utilizando ecuaciones de primer grado

1. Una empresa que se dedica al transporte de mercadería cobra por peso en libras. Ellos trasportan 5 reproductores de DVD y 8 televisores LCD, que pesan en total 106 libras, y se sabe que un televisor pesa 10 libras más que un DVD. ¿Cuál es el peso de un reproductor y un televisor?

Sea x: el peso de un reproductor de DVD (en libras). Un televisor pesa x + 10. El peso total es 5x + 8(x + 10) = 106. Se aplica la distributiva: 5x + 8x + 80 = 106, 13x + 80 = 106. Se transpone el +80 restando: 13x = 26. Se divide entre 13: x = 2. El televisor pesa x + 10 = 2 + 10 = 12 libras.

Respuesta: **Un reproductor pesa 2 libras y un televisor 12 libras**

2. La suma de dos números naturales consecutivos es 13, ¿cuáles son los números?

Sea x: el menor de los números. El consecutivo es x + 1. La suma es x + (x + 1) = 13, es decir, 2x + 1 = 13. Se transpone el +1 restando: 2x = 12. Se divide entre 2: x = 6. El otro número es 6 + 1 = 7.

Respuesta: **Los números son 6 y 7**

3. La suma de tres números consecutivos es 18, ¿cuáles son los números?

Sea x: el menor de los números. Los otros dos son x + 1 y x + 2. La suma es x + (x + 1) + (x + 2) = 18, es decir, 3x + 3 = 18. Se transpone el +3 restando: 3x = 15. Se divide entre 3: x = 5. Los otros números son 6 y 7.

Respuesta: **Los números son 5, 6 y 7**

3.4 Aplicación de ecuaciones con variables en ambos miembros

Responde la pregunta de la siguiente situación:

Carlos irá al gimnasio por 5 meses; le cobrarán 20 dólares por mes sin membresía, pero si la adquiere, pagará una cuota única de 30 dólares y 10 dólares por mes, ¿después de cuántos meses habrá gastado la misma cantidad de dinero con o sin membresía?, ¿le conviene pagar la membresía según el tiempo que ha planificado entrenar?

Como se busca el número de meses que pasan hasta haber gastado la misma cantidad de dinero indiferentemente de la modalidad, se establece que la incógnita representa el número de meses que han pasado. Luego, el gasto mensual que se tendría, según la modalidad sería de $20 o $10 por la cantidad de meses, según sea sin o con membresía respectivamente. La igualdad se establece entre el gasto total sin haber adquirido la membresía y si se adquiriera la membresía.

Sea x: Cantidad de meses que han pasado hasta haber pagado la misma cantidad de dinero.

	Sin membresía	Con membresía
Cuota única	0	30
Cuota mensual	20	10
Gasto Total	$20x$	$30 + 10x$

$$\begin{aligned} 20x &= 30 + 10x \\ 20x - 10x &= 30 \\ 10x &= 30 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

R. En el mes 3 el gasto es el mismo con o sin membresía. Para que le salga más barato le conviene adquirir la membresía dado que irá por 5 meses.

Responde la pregunta de cada una de las siguientes situaciones:

1. El parqueo privado A cobra una cuota de un dólar por hora y el parqueo B cobra 2 dólares por el derecho de estacionamiento y 0.50 de dólar por cada hora que se utilice, ¿cuántas horas deben transcurrir para que el costo en ambos parqueos sea el mismo? **R. x = 4 horas**

2. Marta renta un equipo multimedia a 20 dólares por día de uso, más una cuota única de 10 dólares cuando se retira el equipo del local. José tiene un negocio del mismo tipo en el que cobra 18 dólares por día de uso del equipo, más una cuota única de 26 dólares al retirarlo, ¿a los cuántos días el costo del alquiler es el mismo en los dos negocios?, si una persona desea alquilar el equipo por 5 días, ¿en qué negocio debe alquilarlo? **R. x = 8 días; conviene Marta**

3. En una escuela hay dos cisternas, la primera tiene 200 galones, la segunda 328 y tienen una fuga de 2 y 4 galones, respectivamente por cada semana. Si las cisternas no tienen uso, ¿cuántas semanas tendrán que pasar para tener la misma cantidad de agua? **R. x = 64 semanas**

Responde la pregunta de cada una de las siguientes situaciones

1. El parqueo privado A cobra una cuota de un dólar por hora y el parqueo B cobra 2 dólares por el derecho de estacionamiento y 0.50 de dólar por cada hora que se utilice, ¿cuántas horas deben transcurrir para que el costo en ambos parqueos sea el mismo?

Sea x: el número de horas. En el parqueo A el costo es x (un dólar por hora, sin cuota fija); en el parqueo B es 2 + 0.5x. Se igualan los costos: x = 2 + 0.5x. Se transpone el término 0.5x restando: x − 0.5x = 2, 0.5x = 2. Se divide entre 0.5: x = 4.

Respuesta: **Deben transcurrir 4 horas**

Esquema de costos del problema 1:

	Cuota fija	Por hora	Costo total
Parqueo A	$0	$1	**x**
Parqueo B	$2	$0.50	**2 + 0.5x**

2. Marta renta un equipo multimedia a 20 dólares por día de uso, más una cuota única de 10 dólares cuando se retira el equipo del local. José tiene un negocio del mismo tipo en el que cobra 18 dólares por día de uso del equipo, más una cuota única de 26 dólares al retirarlo, ¿a los cuántos días el costo del alquiler es el mismo en los dos negocios?, si una persona desea alquilar el equipo por 5 días, ¿en qué negocio debe alquilarlo?

Sea x: el número de días de alquiler. Con Marta el costo es 10 + 20x; con José, 26 + 18x. Se igualan: 10 + 20x = 26 + 18x. Se transpone el término 18x restando y el +10 restando: 20x − 18x = 26 − 10, 2x = 16. Se divide entre 2: x = 8. Para 5 días: con Marta cuesta 10 + 20(5) = 110 dólares y con José 26 + 18(5) = 116 dólares; conviene alquilarlo con Marta.

Respuesta: **El costo es el mismo a los 8 días; para 5 días conviene con Marta**

3. En una escuela hay dos cisternas, la primera tiene 200 galones, la segunda 328 y tienen una fuga de 2 y 4 galones, respectivamente por cada semana. Si las cisternas no tienen uso, ¿cuántas semanas tendrán que pasar para tener la misma cantidad de agua?

Sea x: el número de semanas. La primera cisterna tendrá 200 − 2x galones y la segunda 328 − 4x. Se igualan las cantidades: 200 − 2x = 328 − 4x. Se transpone el término −4x sumando y el +200 restando: −2x + 4x = 328 − 200, 2x = 128. Se divide entre 2: x = 64.

Respuesta: **Tendrán que pasar 64 semanas**

3.5 Aplicaciones en situaciones de distancia, velocidad y tiempo

Responde las preguntas de la siguiente situación:

Marta salió de su casa para la escuela. Julia, su hermana, salió 4 minutos más tarde. La velocidad de Marta fue de 30 m/min y la de Julia fue de 50 m/min. ¿En cuántos minutos alcanzó Julia a Marta? Si la distancia entre la casa y la escuela fueran 280 m, ¿Julia puede alcanzar a Marta en el camino?

Distancia = Velocidad × Tiempo
Tiempo = Distancia ÷ Velocidad
Velocidad = Distancia ÷ Tiempo

Cuando Julia alcanza a Marta es cuando las dos han caminado la misma distancia desde su casa.

Si el número de minutos que han transcurrido mientras camina Julia es x entonces el tiempo para Marta será $x + 4$ minutos.

Se define x como el número de minutos que camina Julia, luego se hace una tabla que resume los datos y por último se plantea y resuelve la ecuación.

Sea x : El número de minutos transcurridos mientras camina Julia.

	Marta	Julia
Velocidad	30 m/min	50 m/min
Tiempo	$x + 4$	x
Distancia	$30(x + 4)$	$50x$

$$30(x + 4) = 50x$$
$$30x + 120 = 50x$$
$$30x - 50x = -120$$
$$-20x = -120$$
$$x = 6$$

R. 6 minutos

Sabiendo que Julia alcanza a Marta en 6 minutos se debe comprobar si en efecto Julia alcanzaría a Marta ajustándose a las condiciones de la situación. De manera que, si la distancia entre la casa y la escuela fueran 280 m, Julia no podría alcanzar a Marta porque, 6 × 50 = 300 m que es mayor que 280 m.

Responde la pregunta de cada una de las siguientes situaciones:

1. a) Un vehículo sale de la ciudad "A" con una velocidad de 60 km/h; 2 horas más tarde sale de la misma ciudad otro vehículo, siguiendo al primero, con una velocidad de 90 km/h, ¿en cuántas horas alcanza el otro vehículo al primero?
   b) Si la distancia entre la ciudad A y una ciudad B fuera 350 km, ¿logrará el segundo auto alcanzar al primero? **R. a) x = 4 horas; b) No lo alcanza**

2. Entre dos cantones A y B hay un solo camino de 900 m. Antonio sale del cantón A hacia el B con una velocidad de 60 m/min y Carlos sale del cantón B hacia A con una velocidad de 40 m/min. Si han salido al mismo tiempo, ¿en cuántos minutos se encontrarán? **R. x = 9 minutos**

3. Una laguna tiene 1 600 m de perímetro, Ana corre con una velocidad de 150 m/min en dirección horaria, mientras que José corre con una velocidad de 175 m/min en sentido antihorario. Si ambos salen del mismo punto, pero José lo hace 2 minutos después que Ana, ¿en cuántos minutos después de la salida de José se vuelven a encontrar?

R. x = 4 minutos

Responde la pregunta de cada una de las siguientes situaciones

1a) Un vehículo sale de la ciudad “A” con una velocidad de 60 km/h; 2 horas más tarde sale de la misma ciudad otro vehículo, siguiendo al primero, con una velocidad de 90 km/h, ¿en cuántas horas alcanza el otro vehículo al primero?

Sea x: el número de horas que viaja el segundo vehículo hasta alcanzar al primero. En ese momento el primer vehículo lleva x + 2 horas. Las distancias recorridas se igualan: 90x = 60(x + 2). Se aplica la distributiva: 90x = 60x + 120. Se transpone el término 60x restando: 30x = 120. Se divide entre 30: x = 4.

Respuesta: **Lo alcanza en 4 horas (desde que sale el segundo vehículo)**

Tabla distancia–velocidad–tiempo del problema 1:

	Velocidad	Tiempo	Distancia
Primer vehículo	60 km/h	x + 2	**60(x + 2)**
Segundo vehículo	90 km/h	x	**90x**

1b) Si la distancia entre la ciudad A y una ciudad B fuera 350 km, ¿logrará el segundo auto alcanzar al primero?

Al momento del alcance, el segundo vehículo habría recorrido 90 × 4 = 360 km. Como 360 km es mayor que los 350 km que hay entre A y B, el segundo auto llega a la ciudad B antes de alcanzar al primero: no logra alcanzarlo en el camino.

Respuesta: **No lo alcanza (lo alcanzaría a los 360 km)**

2. Entre dos cantones A y B hay un solo camino de 900 m. Antonio sale del cantón A hacia el B con una velocidad de 60 m/min y Carlos sale del cantón B hacia A con una velocidad de 40 m/min. Si han salido al mismo tiempo, ¿en cuántos minutos se encontrarán?

Sea x: el número de minutos hasta encontrarse. Como viajan uno hacia el otro, la suma de las distancias recorridas es el camino completo: 60x + 40x = 900, es decir, 100x = 900. Se divide entre 100: x = 9.

Respuesta: **Se encontrarán en 9 minutos**

3. Una laguna tiene 1 600 m de perímetro, Ana corre con una velocidad de 150 m/min en dirección horaria, mientras que José corre con una velocidad de 175 m/min en sentido antihorario. Si ambos salen del mismo punto, pero José lo hace 2 minutos después que Ana, ¿en cuántos minutos después de la salida de José se vuelven a encontrar?

Sea x: el número de minutos después de la salida de José. Ana lleva corriendo x + 2 minutos. Como corren en sentidos contrarios, se encuentran cuando la suma de las distancias recorridas es el perímetro completo: 150(x + 2) + 175x = 1,600. Se aplica la distributiva: 150x + 300 + 175x = 1,600, 325x + 300 = 1,600. Se transpone el +300 restando: 325x = 1,300. Se divide entre 325: x = 4.

Respuesta: **Se vuelven a encontrar 4 minutos después de la salida de José**

3.6 Aplicaciones en situaciones de proporcionalidad directa, parte 1

Si se tiene la proporción:

$$3:b = 6:d$$

$$\frac{3}{b} = \frac{6}{d}$$

$$\frac{3}{b} \times bd = \frac{6}{d} \times bd$$

$$3d = 6b$$

En la proporción $3:b = 6:d$ tienes que

Extremos

$3:b = 6:d$

Medios

$3d = 6b$

De tal forma que la proporción $3:b = 6:d$ representa la igualdad $3d = 6b$; es decir, el producto de los extremos es igual al producto de los medios. A esta propiedad se le llama **Propiedad Fundamental de las proporciones**.

Aplicando lo anterior, responde a la pregunta de la siguiente situación:

Al comer 3 pupusas de frijol con queso se consumen 990 calorías, ¿cuántas calorías se consumen si se comen 5?, escribe la proporción.

Sea x : El número de calorías.

$$3:5 = 990:x$$
$$3x = 5 \times 990$$
$$3x = 4\,950$$
$$x = 1\,650$$

R. 1 650 calorías

Si se aplica la propiedad fundamental en proporciones que tienen una incógnita se puede formular una ecuación de primer grado.

Marta utiliza 42 cm de cinta adhesiva para forrar 2 cajas con papel lustre. Si tiene 231 cm de cinta, ¿cuántas cajas podrá forrar si son exactamente iguales? Utiliza la propiedad fundamental de proporciones para escribir la ecuación.

Solución.

Sea x : el número de cajas que se puede envolver.

$$42 : 231 = 2 : x$$
$$42x = 2 \times 231$$
$$42x = 462$$
$$x = 11$$

R: 11 cajas

Responde las preguntas de las siguientes situaciones:

1. Para una celebración del día del niño en la escuela se decide comprar pastel, teniendo en cuenta que 3 pasteles alcanzan para 18 niños. ¿Cuántos pasteles se necesitan si hay 48 niños? **R. x = 8 pasteles**

2. Una máquina de envasado de líquidos llena 85 envases en 5 minutos, ¿cuántos envases se tendrán después de 13 minutos?

R. x = 221 envases

Responde las preguntas de las siguientes situaciones

1. Para una celebración del día del niño en la escuela se decide comprar pastel, teniendo en cuenta que 3 pasteles alcanzan para 18 niños. ¿Cuántos pasteles se necesitan si hay 48 niños?

Sea x: el número de pasteles que se necesitan. La proporción es 3:18 = x:48. Por la propiedad fundamental, el producto de los extremos es igual al producto de los medios: 18x = 3 × 48, 18x = 144. Se divide entre 18: x = 8.

Respuesta: **Se necesitan 8 pasteles**

2. Una máquina de envasado de líquidos llena 85 envases en 5 minutos, ¿cuántos envases se tendrán después de 13 minutos?

Sea x: el número de envases llenados en 13 minutos. La proporción es 85:5 = x:13. Por la propiedad fundamental: 5x = 85 × 13, 5x = 1,105. Se divide entre 5: x = 221.

Respuesta: **Se tendrán 221 envases**

3.7 Aplicaciones en situaciones de proporcionalidad directa, parte 2

P

Responde la pregunta de la siguiente situación:

Una máquina empaquetadora prepara 42 cajas de camisas en 7 días, ¿cuántas cajas se han empaquetado en 10 días?

S

Sea x: el número de cajas empaquetadas.

$$42:7 = x:10$$
$$42 \times 10 = 7x$$
$$420 = 7x$$
$$7x = 420$$
$$x = 60$$

R. 60 cajas

E

Despeja x en las siguientes proporciones:

a) $5:x = 10:14$

b) $4:3x = 2:15$

Solución.

a) $5:x = 10:14$

$5 \times 14 = 10x$

$70 = 10x$

$10x = 70$

$x = 7$

b) $4:3x = 2:15$

$4 \times 15 = 3x \times 2$

$60 = 6x$

$6x = 60$

$x = 10$



Responde las preguntas de cada una de las siguientes situaciones:

1. En sus horas sociales, José pintará los salones de clase de su escuela, se sabe que 5 galones son los que se usan para pintar 2 aulas. Si en la escuela hay 45 galones de pintura, ¿cuántas aulas se podrán pintar? (Considera que todas las aulas son de las mismas medidas). **R. x = 18 aulas**

2. En un mapa, 10 cm representa 12.5 km de la realidad. Si entre los puntos A y B del mapa, hay 24 cm, ¿cuántos kilómetros hay en realidad? **R. x = 30 km**

3. Despeja x en las siguientes proporciones:

a) $4:x = 48:24$ **x = 2**

b) $2x:36 = 2:12$ **x = 3**

Responde las preguntas de las siguientes situaciones

1. En sus horas sociales, José pintará los salones de clase de su escuela, se sabe que 5 galones son los que se usan para pintar 2 aulas. Si en la escuela hay 45 galones de pintura, ¿cuántas aulas se podrán pintar? (Considera que todas las aulas son de las mismas medidas).

Sea x: el número de aulas que se podrán pintar. La proporción es 5:2 = 45:x. Por la propiedad fundamental: 5x = 2 × 45, 5x = 90. Se divide entre 5: x = 18.

Respuesta: **Se podrán pintar 18 aulas**

2. En un mapa, 10 cm representa 12.5 km de la realidad. Si entre los puntos A y B del mapa, hay 24 cm, ¿cuántos kilómetros hay en realidad?

Sea x: la distancia real entre A y B (en kilómetros). La proporción es 10:12.5 = 24:x. Por la propiedad fundamental: 10x = 12.5 × 24, 10x = 300. Se divide entre 10: x = 30.

Respuesta: **Hay 30 km en realidad**

Despeja x en las siguientes proporciones

a) 4:x = 48:24

Por la propiedad fundamental, el producto de los extremos es igual al producto de los medios: 48x = 4 × 24, 48x = 96. Se divide entre 48: x = 2.

Respuesta: **x = 2**

b) 2x:36 = 2:12

Por la propiedad fundamental: 12(2x) = 36 × 2, 24x = 72. Se divide entre 24: x = 3.

Respuesta: **x = 3**

3.8 Aplicaciones en situaciones de proporcionalidad directa, parte 3

P

Mezclando café y leche a una razón de 5:2 se preparó 840 ml de una bebida, ¿cuántos mililitros de leche se usó?

S

Se puede responder la pregunta a través de dos formas.

Forma 1

Sea x : cantidad de leche en mililitros

$$\begin{aligned} 5:2 &= (840 - x):x \\ 5x &= 2 \times (840 - x) \\ 5x &= 1\,680 - 2x \\ 7x &= 1\,680 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

R. 240 ml

Forma 2

Sea x : cantidad de leche en mililitros

$$\begin{aligned} 2:7 &= x:840 \\ 2 \times 840 &= 7x \\ 7x &= 1\,680 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

La diferencia en la interpretación de las proporciones planteadas en cada una de las dos formas es que en la forma 1, la razón es de la cantidad de la leche respecto a la de café; y en la forma 2, la razón es de la cantidad de la leche respecto al total de la bebida.

E

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3:(2x + 3) = 6.14$

b) $4:3 = 8:(3x - 3)$

Solución.

a) $3:(2x + 3) = 6:14$

$$\begin{aligned} 3 \times 14 &= 6 \times (2x + 3) \\ 42 &= 6(2x + 3) \\ 6(2x + 3) &= 42 \\ 12x &= 24 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

b) $4:3 = 8:(3x - 3)$

$$\begin{aligned} 4 \times (3x - 3) &= 3 \times 8 \\ 4 \times (3x - 3) &= 24 \\ 12x - 12 &= 24 \\ 12x &= 24 + 12 \\ 12x &= 36 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Responde las preguntas de las siguientes situaciones:

1. Hay un terreno de 63 manzanas y se ha dividido en regiones para cultivar caña y piña a una razón de 4:3, ¿cuánto mide la región para cultivar caña y la región para el cultivo de piña? **R. caña 36, piña 27**

2. A un trabajador le pagarán 1 400 dólares por 12 semanas de trabajo. Si después de 9 semanas dejó su trabajo y le pagarán 900 dólares más una tarjeta de regalo para cambiarla en un supermercado, siendo que esa paga cubre el equivalente a las 9 semanas de trabajo, ¿cuánto es el valor de la tarjeta de regalo? **R. x = $150**

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:
   a) $(x - 1):2 = 12:8$ **x = 4**
   b) $2:5 = (x + 1):15$ **x = 5**

Responde las preguntas de las siguientes situaciones

1. Hay un terreno de 63 manzanas y se ha dividido en regiones para cultivar caña y piña a una razón de 4:3, ¿cuánto mide la región para cultivar caña y la región para el cultivo de piña?

Sea x: la medida de la región para cultivar caña (en manzanas). La razón de la caña respecto al total es 4:(4 + 3) = 4:7, así la proporción es 4:7 = x:63. Por la propiedad fundamental: 7x = 4 × 63, 7x = 252. Se divide entre 7: x = 36. La región para piña mide 63 − 36 = 27 manzanas.

Respuesta: **Caña: 36 manzanas; piña: 27 manzanas**

2. A un trabajador le pagarán 1 400 dólares por 12 semanas de trabajo. Si después de 9 semanas dejó su trabajo y le pagarán 900 dólares más una tarjeta de regalo para cambiarla en un supermercado, siendo que esa paga cubre el equivalente a las 9 semanas de trabajo, ¿cuánto es el valor de la tarjeta de regalo?

Sea x: el valor de la tarjeta de regalo (en dólares). La paga por las 9 semanas, 900 + x, es proporcional a la paga total: 1,400:12 = (900 + x):9. Por la propiedad fundamental: 12(900 + x) = 1,400 × 9, 10,800 + 12x = 12,600. Se transpone el +10,800 restando: 12x = 1,800. Se divide entre 12: x = 150.

Respuesta: **La tarjeta de regalo vale 150 dólares**

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) (x − 1):2 = 12:8

Por la propiedad fundamental: 8(x − 1) = 2 × 12, 8x − 8 = 24. Se transpone el −8 sumando: 8x = 32. Se divide entre 8: x = 4.

Respuesta: **x = 4**

b) 2:5 = (x + 1):15

Por la propiedad fundamental: 5(x + 1) = 2 × 15, 5x + 5 = 30. Se transpone el +5 restando: 5x = 25. Se divide entre 5: x = 5.

Respuesta: **x = 5**